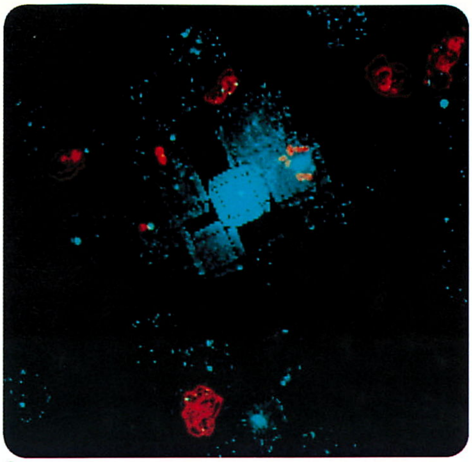


❶

観測的宇宙論

池内 了

東京大学出版会



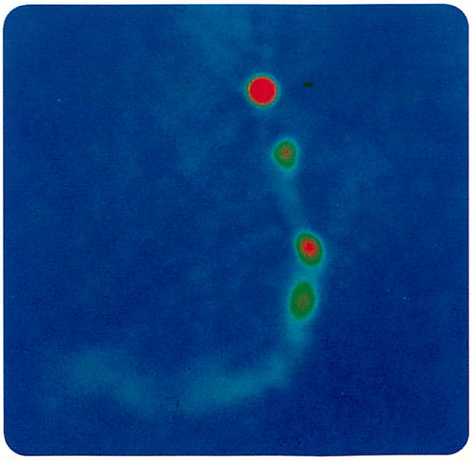
❷



❹



❸



❺

観測的宇宙論

池内 了

東京大学出版会

Introduction to Observational Cosmology

Satoru IKEUCHI

University of Tokyo Press, 1997
ISBN4-13-060718-9

まえがき

私が宇宙論に関連する論文を初めて書いたのは1981年のころで，いわば観測的宇宙論の黎明期であった．むろん，1965年の宇宙背景放射の発見後，ビックバン宇宙論が詳しく調べられたことがあったが，観測的な情報が少ないこともあって大きく展開しなかった．しかし，1970年代に，口径3〜4 m級の望遠鏡とCCD素子の開発によって遠宇宙の情報が多く蓄積されるようになり，1980年代の観測的宇宙論の確立につながっていったのである．折りしも，A. グースや佐藤勝彦がインフレーション宇宙を提唱し，A. ヴィレンキンやS. ホーキングが宇宙誕生仮説を発表して，宇宙論への関心が強まった時期でもあった．以来20年足らずの間に，宇宙論は観測・理論の双方で大きな分野に育ってきた．

とくに，観測的宇宙論は，全波長域にまたがる宇宙観測が進み，宇宙の進化モデルを観測によって検証（あるいは反証）できる実証科学への道を歩んでいる．さらに，1990年代に入ってハッブル宇宙望遠鏡(HST)や口径10 mのケック望遠鏡が稼働しはじめ，宇宙の果てにせまる観測が可能になり，観測的宇宙論の本格的な開花期を迎えている．そのような学問的な発展が加速する時期には，数々の新しい事実が発見され，世間の耳目を惹きつけるニュースも多い．当然，学生たちの宇宙論への興味が高くなり，宇宙論の講義やセミナーの要望が強くなっていく．ところが，日本では宇宙論の研究者層はまだ薄く，学生たちの要望に応えられない現状にある．そのためか，私は，各地の大学の物理学教室や地球惑星科学教室の集中講義に出かけることが多くなっていた．一般相対性理論を足場にした宇宙論の優れた教科書は多数あるが，それらは一般に高級すぎて学部学生には難しいし，物理学の教員であっても専門に研究していない場合，かなりハードルが高いので通常の講義に

は組み込みにくいためである．教員がひととおり読めば講義ができたり，学生自身が自学できる観測的宇宙論の教科書がなかったこともある．

観測的宇宙論には，古典力学・量子力学・熱力学・電磁気学・流体力学・相対論などの基礎物理学とともに，素粒子物理学・原子核理論・物性物理学などの新しい知見も登場する．さまざまな階層の物質の構造・運動・反応などの基礎的物理過程を積み上げてモデルをつくり，それを観測結果と照合しながら100億年の宇宙進化を論じる，いわば，観測的宇宙論は総合科学なのである．その意味で，それらを一応マスターした学部4回生にとっては，観測的宇宙論は物理学の幅広い応用の場であることが発見できる分野といえる．だから，是非，どの物理学教室でも開講して欲しいと願っている．ところが，まだ分野として若いせいか，観測的宇宙論の教科書はこれまで書かれていない．私は，せめて物理学科に入学した学生なら知っておくべきだと考える観測的宇宙論の講義を，前任の大阪大学で5年間担当した（学部4回生向き）．また長い間，観測的宇宙論の研究も行ってきた．そんな人間こそ教科書を書く義務があると感じ，東京大学出版会編集局の清水恵さんの強い勧めもあって，講義ノートをもとにして本書をまとめることにした．

本書では，基本的な数式は掲げておいたが，なるべく物理的な本質がわかるように単純化して書いた部分が多くある．あまり詳細に入り込むことによって，本質的な点を見落とすことを恐れたためである．また，本書は，観測的宇宙論の考え方や方法を概観してもらうことを目的としたので，観測的宇宙論の入門編と考えていただきたい．だから，読者としては，学部4回生，初めて宇宙論に接する大学院生，専門を異にする物理学の教員を想定しており，自学したり，セミナーに使ったり，学部での宇宙論の講義の種本になると考えている．さまざまな宇宙観測計画が目白押しの21世紀には観測的宇宙論はさらに大きな進展をすると考えられるが，それを理解する基礎的な部分は書き込んだつもりである．

これまで私は，いくつかの解説書を書いてきたが，教科書を書くのは初めてである．そもそも私の研究スタイルが，（数学に弱いこともあって）数式を

駆使して厳密に証明するというタイプではなく，変わったアイディアや人が手をつけていない話題を取り上げ，その物理的本質を簡単な数式を使って論じるというタイプである．だから，正確さを要求される教科書は怖くて書けなかったのが正直なところである．しかし，引き受けたからには完成させるしかないと覚悟してとりかかった．本書を書きながら勉強しなおしたり，単純化して表現する工夫をしたが，はたして十分かどうか自信はない．また，数式の間違いもあるかもしれない．そのような本のほうが学生の勉強にもなる，というのが私の言訳である．読者の方々の叱正を期待している．

1997 年 11 月

池内　了

目　次

第1章

宇宙の認識

まず，人々の宇宙の認識が，歴史的にどのように拡大してきたかを振り返る．宇宙は，太陽系・銀河・銀河団・銀河宇宙と階層的構造をなしているから，人々の宇宙認識も階層的であった．より大きな構造を発見するにあたって，最も重要な知見は何であったか，何が契機となったか，それがどのような発展につながったかを考える．それは，今後の私たちの新しい宇宙認識へのヒントとなるだろう．次に，私たちを取り巻く自然界がいかなる構造となっているかを概観し，物質間に働く相互作用の観点から，自然界に存在する構造の特徴とその物理的原因を明らかにする．宇宙の歴史とは，相互作用の変遷史であり，その物質的な表現としての構造形成史といえるのである．

1-1　宇宙論の歴史

宇宙論の「宇」は空間を意味し，「宙」は時間を意味する．つまり，宇宙論は全体世界の時空構造がどうなっているかを考える分野で，空間の広がりや果て，時間の始まりや歩みを知りたいという好奇心に発している．しかし，空間や時間は直接認識することができないから，物質の空間的構造や分布，進化や運動などの時間的変化を通じて，時空の在りようを把握することになる．したがって，私たちを取り巻く世界がいかなるものか，山の彼方に何があり，川の流れはどこに注いでいるのか，いつ，どのようにして，天と地が生まれたのか，このような神話時代以来人々が抱いてきた疑問は，すべて宇

宙論の出発点であったといえるだろう．世界各地の神話には，共通して，宇宙の起源，人間の起源，文化の起源が3つの主題として語られている．まずは地上の周辺世界を描くこと，そして夜空に見える星の運行を観察し記録すること，それらが宇宙像を描く最も基本的な営みであった．

すでに，紀元前4世紀の初め，ギリシアのプラトンやその弟子のエウドクソスは，恒星，太陽，月，5つの惑星（水星・金星・火星・木星・土星）の動きを27の天球運動の組合せで説明する「天動説」宇宙論を構想していた．それを発展させたのがアリストテレスで，土・水・気・火の4元素からなる地球を中心とし，エーテルでできた月・水星・金星・太陽・火星・木星・土星の7つの星が属する天球がこの順で層をなして円運動しており，その彼方には恒星が貼りつけられた天球がゆっくり回っているという宇宙体系としてまとめあげられた．また，紀元前1世紀のヒッパルコスは，太陽軌道（つまり地球軌道）が真円ではないことに気づき，また恒星の位置が150年前の記録とずれていることから黄道（天球上で太陽が動く軌道）の歳差（つまり地球自転軸のみそすり運動）を発見している．さらに，惑星の軌道運動の速さが異なったり，逆行運動すら起こることから，単純な円運動のアリストテレス体系が修正されるようになった．これを集大成したのが，2世紀のアレキサンドリアのプトレマイオス（通常，トレミー）で，惑星運動を搬送円・周点円・離心円の組合せで説明しようとした．この天動説宇宙は17世紀まで続いた宇宙論であった．

このギリシア以来の宇宙論は，宇宙の現象は観測と証明によって理解できる自然の法則に従っており，「神のみわざ」のような超自然的な力は必要としないという哲学が背景にあり，宇宙の構造や惑星の機械的な運動に着目し，それを説明したいという動機に貫かれている．そのせいか，機械的な運動のようには見えない彗星や新星などには関心が払われず，それらの記録はほとんど残されていない．一方，中国や日本では，「天行不斉」，つまり天は気まぐれを起こすかもしれず，それが地や帝の異変を予言しているという思想から，規則的な運動は無視され，彗星や新星現象などの突発現象が詳しく

記録されている．後にハレー彗星と呼ばれるようになった彗星の記録が，中国では紀元200年ころに，日本では奈良時代に記載されていることがわかっている．東と西の天文学あるいは宇宙論の発展の差異は，こんな自然への考え方の差が根底にあったのである．

コペルニクス（N. Copernicus）の『天体の回転について』が出版されたのは1543年だが，そのころには，地球は動いているかもしれないという考えはそう珍しくなかったようである．惑星運動の観測結果が集積されるにつれ，天動説はますます複雑な体系へ手直しせざるをえなくなっており，ギリシア時代のアリスタルコスが提唱した太陽中心の宇宙が見直されていたからである（むろん，背景にギリシアの科学を見直そうというルネサンスがあった）．しかし，太陽が中心の宇宙にしても惑星が円運動をしているとする限り，天球上での惑星運動を説明することができなかった．また，眼で観測する限りでは地球が動いている証拠である恒星の視差を検出することができず，カトリック教会やルター派の激しい反対もあり，地動説はすぐに受け入れられたわけではない．

地動説が確立した第一歩は，惑星運動に関するケプラー（J. Kepler）の3つの経験法則の発見であった．①円運動を捨てて太陽を1つの焦点とする楕円運動とすること，②面積速度一定となるような軌道運動していること，③すべての惑星に共通した周期と軌道半径の間の関係が成立していること，この3法則の発見には，ティコ・ブラーエ（T. Brahe）の系統的で正確な観測データがあったことはいうまでもない．正確な信頼できるデータとそこからの経験則の抽出が，新しいパラダイムを産む重要なステップなのである．

最終的に，ニュートン（I. Newton）の万有引力と運動の3法則の発見により，ケプラーの法則が過不足なく証明されて地動説が確立した．実際に地球が太陽のまわりを回っていることが恒星の視差の観測で証明されたのは1838年のことで，まず理論によって地動説が確立されたことになる．これは，現在のクォークやブラックホールと同じで，さまざまな観測事実が無矛盾に説明できるとき，たとえその実在性が直接証明できなくても，その理論

は正しいと判断しうるのである．

天動説から地動説へのパラダイム転換はニュートン力学の確立という物理学において大きな影響を与えたが，宇宙そのものはまだ太陽系に閉じたままであった．人々の宇宙を一気に拡大したのは近代科学の父ガリレオ・ガリレイ（G. Galilei）で，当時発明されたばかりの望遠鏡を使って宇宙を観測した最初の人であった．ガリレイは望遠鏡を使って，木星の4大衛星，月表面の凸凹，太陽の黒点などを発見したが，そのとき同時に天の川の光の帯が太陽と同じ星の集合であることも明らかにした．彼は，人々の宇宙を，太陽系から「無数の太陽」が広がる星の世界へと拡大したのである．この発見の契機は，望遠鏡という当時のハイテク機器であったことはいうまでもない．

さらに，ニュートンは万有引力の発見から「無限宇宙」を主張した．宇宙が有限なら端と中心があるだろう．すると，端にある星は万有引力で中心に引かれ，やがて宇宙が潰れてしまうことになる．宇宙は永遠と考えていたニュートンは，潰れない宇宙であるためには無限に星が散らばっていなければならないと考えたのである．無限の宇宙なら，個々の星にかかる万有引力は互いに逆方向に存在する星どうしで打ち消し合うから，宇宙は潰れることがないと結論した．但し，現在から見れば，ニュートンの推論にはいくつか問題がある．宇宙が永遠である先験的な理由はなく宇宙が潰れることもありうること，有限でも中心や端がない空間は考えられること，局所的に宇宙は潰れて銀河が生まれていること，いったん潰れはじめても回転運動などで支えられること，などが考えられるからである．むろん，現代から振り返ってみればそのように考えられるのであって，当時としてはそこまで考えられなかった．宇宙論が時代の思想や科学的な知識の制限を受けていることがよくわかる．

ニュートンが発案した反射望遠鏡が製作されるようになり，その性能も向上するにつれ，星の世界を詳しく観測できるようになった．18世紀後半，ウィリアム・ハーシェル（F.W. Herschel）は天球上に見える星の分布を徹底して観測し，天の川の星は，直径と高さの比が5対1の円盤のように集

まっていることを明らかにした．このような星分布の立体形状まで提唱できた原因は，星はすべて同じ明るさで輝いているという仮定を採用したためである．同じ明るさで輝いているとすると，見かけの明るさが明るい星は近くにあり，暗い星は遠くにあると考えられるから，星の遠近，つまり距離分布が推定できることになる．こうしてハーシェルは「星雲仮説」を提案した．星は雲のように群がって星雲をなし，星雲が宇宙に点々と分布しているという宇宙像である．この星雲を「銀河」で置き換えれば，現在の「銀河宇宙」とそのまま重なる優れた推論であった．

しかし，実際に星雲仮説が証明されるまでに150年近くも要した．天の川の大きさを確定し，それより彼方に星雲が存在することを示さねばならず，そのためには星の距離を正確に測る必要があるからである．天文学において最も困難な観測が天体までの距離の決定で，第2章に述べるように20世紀になってようやくその有力な方法が発見された．変光星を利用するのである．これにより，天の川の中にある星雲（オリオン星雲やばら星雲のように生まれたての若い星が多く群れていたり，かに星雲や網状星雲のように超新星爆発が起こった跡が輝いていたり，ふくろう星雲や亜鈴星雲のように中心星からのガス放出で輝いている星雲）と，遙か天の川の限界を越えた遠くに位置する星雲（アンドロメダ星雲や大小のマゼラン星雲で天の川と同じ巨大な数の星の集団）の区別がつくようになった．こうして，この宇宙には，星が10億個から1000億個も集まった銀河が点々と散らばっているという銀河宇宙像が確立した(1924年)．さらに，遠方の銀河は距離に比例した速さで私たちから遠ざかっていることが発見され，宇宙が一様膨張していると結論された(1929年)．「膨張宇宙」像に到達したのである．

現代宇宙論の2つの重要な要素——銀河宇宙と膨張宇宙——が1920年代に発見された背景には，まず観測技術の発展が挙げられるだろう．たとえば，写真の発明によって眼視観測から乾板やフィルム上に像が記録できるようになったことや，金属鏡からガラス鏡になって曇らず口径も大きい望遠鏡の建設が可能になったことが，特に重要であった．また，光スペクトルの理

論（量子力学）や宇宙の運動を記述する理論（一般相対性理論）など，理論的な研究の進展があったことも重要である．観測技術と理論の深まりが結合してこそ，宇宙論の革命が起こりえたことがわかる．

その後の宇宙論の歴史は以下の各章で述べていくが，より遠くの宇宙を，より鮮明に写し出す観測技術と，宇宙の進化を解析する上での物質に関する知識の，双方の発展に強く制約されていることがわかる．人々の宇宙は歴史とともに拡大し，宇宙進化についての理解も深まってきたが，あくまで各時代の科学・技術のレベルが認識を規定していることを強調しておきたい．「宇宙論は時代を映す鏡」なのである．

1-2　自然界の階層構造

宇宙は非常に微視的な状態で誕生し，膨張を続ける中でさまざまな物質構造を形成しながら現在の姿に到達した．その概観を得るために，まず自然界の物質構造とその起源について考えておこう．宇宙進化は物質間の相互作用の歴史であり，宇宙そのものが物理学の実験室であることを具体的に把握できると考えるからである．

1-2-1　3つの構造系列

図1-1に，縦軸を密度(ρ)，横軸をサイズ(R)として，実験や観測によって確認されてきた自然界の物質構造を示している．従来，素粒子から原子・分子・生命体・惑星・恒星・星団・銀河・銀河団・宇宙と，物質構造をサイズが小さいものから大きいものへと並べて無限の階層構造をなしているという議論がされてきた．しかし，それはあまりに単純な分類である．サイズという量だけに着目し，物質構造の質が考慮されていないからである．そこで，とりあえず，密度という物理量によって構造の質の差を取り入れて分類したのが図1-1で，網の部分に物質が存在しており，空白部分には物質が存在しないことが実験によって確かめられている．

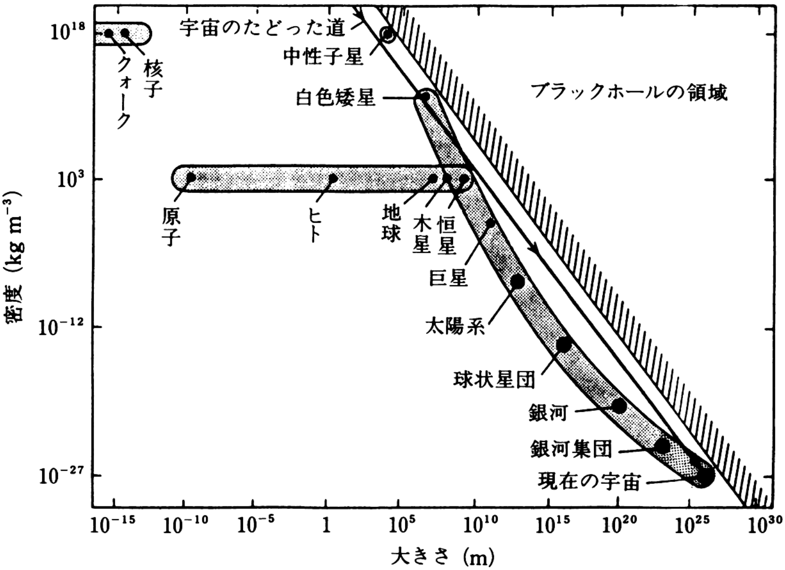


図 1-1　物質階層の密度と大きさによる分類

この図から明らかなように，私たちが現在までに知りえている物質構造は，ある限られた密度 - サイズ領域に集中しており，そこから外れた領域には安定な物質は存在していない．さらに，物質構造は3つの構造系列にくっきりと分かれていることがわかる．自然は，3つの階層構造から構成されており，決して無限の階層構造をなしているわけではないのである．なぜ，自然はこのような単純な構造をしているのか，その理由を考えるために，3つの構造系列の特徴をまとめておこう．

1-2-2　構造系列の特徴

第Iの構造系列：クォークの階層

この階層の基本粒子はクォークであり，クォークが結合して核子（陽子と中性子）を形成し，核子が結合して原子核を形成している．平均密度は 10^{18} kg m^{-3} で，ほぼ一定である．

第IIの構造系列：原子の階層

この階層の基本粒子は原子であり，原子が結合して分子・高分子・生命体を形成し，さらにそれらが結合して衛星や惑星を形成している．平均密度は10^3 kg m^{-3}で，ほぼ一定である．

第IIIの構造系列：星の階層

この階層の基本単位は星であり，星が集合した星団や銀河が形成され，さらに銀河が集合した銀河群や銀河団，そして宇宙の大規模構造が形成されている．各天体の密度はサイズに依存しており，ほぼ$\rho \propto R^{-2}$の関係にある．

以上のように整理すると，3つの構造系列は，その基本粒子（単位）の差，つまり，基本粒子がどのような相互作用に従っているかの差と考えることができ，なぜ第Iと第IIの系列が特徴的な一定の平均密度となっているかも理解することができる．整理すると，以下のようになる．

1-2-3　構造系列と相互作用

第Iの構造系列：強い相互作用

クォークはグルオンの交換による強い相互作用を体現する素粒子であり，この構造系列は「強い力」によって形成されている．平均密度が一定となるのは，強い力が到達できる距離が有限であるためで，力のポテンシャルが

$$V \propto \left(\frac{1}{R}\right) \exp\left(-\frac{R}{R_s}\right) \tag{1-1}$$

のような指数関数で表される．クォークが平均間隔$R_s = 10^{-15}$ mで結合して核子や原子核を形成しているから，平均密度は

$$\rho_I \sim \frac{m}{R_s{}^3} \sim 10^{18} \quad (\mathrm{kg\ m^{-3}}) \tag{1-2}$$

と求められる．mはクォークの質量で1 GeVとしている．クォークが次々とR_sの距離で横に並んでいるので「横並び構造」といえる．

第IIの構造系列：電磁相互作用

原子は原子核と電子がクーロン相互作用（一般には，電磁相互作用）で結

合したもので，この構造系列は多数の原子が「クーロン力」で結合されて形成されている．平均密度が一定となるのは，多数のプラスとマイナスの電荷が共存する場合のクーロン・ポテンシャルが，式 (1-1) のような関数形で表されるためである．力の到達距離 R_s はボーア半径あるいは電荷がスクリーンされる距離に対応し，ほぼ $R_s=10^{-10}$ m である．したがって，平均密度は

$$\rho_{II} \sim \frac{m}{R_s{}^3} \sim 10^3 \quad (\mathrm{kg\,m^{-3}}) \tag{1-3}$$

となる．m として水素原子の質量をとっている．やはり，この階層も「横並び構造」である．

以上のように，第 I と第 II の構造系列の平均密度が一定となるのは力のポテンシャルが式 (1-1) のような指数関数で表されるためで，その基本的な理由は，力が有限の距離 R_s にしか到達しないことにある．クーロン力がプラスとマイナスの電荷が消し合って原子の大きさ程度にしか到達できないように，強い力の場合も，3 つの色電荷が消し合って原子核のサイズ程度にしか力が到達しない．そのために，特有の粒子間隔 R_s，あるいは特有の密度 ρ が現れるのである．このような場合の物質構造は「横並び」になる．

第 III の構造系列：重力相互作用

この構造系列では重力が系を結合する力として働いている．重力は，引力としてしか働かず，決して遮断されることがない．つまり，ポテンシャルは

$$V \propto \frac{1}{R} \tag{1-4}$$

のようなベキ関数のみで表され，特有な距離が存在しない．このため，どのようなサイズの天体も同等に存在しうることがわかる．サイズが大きくなっても質量さえ大きくなれば，同じ大きさの力となるから，同じ構造や同じ運動が可能になるからである．たとえば，月は地球のまわりを回り，地球は太陽のまわりを回り，太陽系は銀河系中心のまわりを回っているというふうに，小さなサイズから大きいサイズまで同じ回転運動の形態をとっており，より大きな構造の中により小さい構造が埋め込まれている．いわば，ロシア

のマトリョーシカ人形のような構造の系列となっており，「縦並び構造」といえる．ところで，重力は常に引力として働くから，天体が安定な構造を形成するためには，重力に抗する斥力が存在しなければならない．星の場合は，内部の高温プラズマの圧力，太陽系や銀河のような多体系の場合は，惑星や星の加速運動（回転運動やランダムな運動）による慣性力が斥力を生み出している．プラズマの音速，または星の加速運動の速度をvとすると，質量M，サイズRの天体の重力平衡は

$$\frac{GM}{R^2}=\frac{v^2}{R} \tag{1-5}$$

と表される．Gは重力定数である．$M\sim R^3\rho$ だから，これを式 (1-5) に代入すると

$$\rho\sim\frac{v^2}{GR^2} \tag{1-6}$$

という密度とサイズの関係が得られる．天体の構造系列は近似的に $\rho\propto R^{-2}$ であったから，v が天体のサイズにかかわらずほぼ一定であることがわかる．しかし，まだその理由はよくわかっていない．

以上のように，自然界に3つの構造系列が存在しており，それらの構造の特徴が基本粒子間に働く相互作用の性質で理解できることがわかった．より一般化していえば，物理法則には，指数関数で表されるような法則とベキ関数で表される法則があり，前者には特有の物理量があり，後者にはそれがなく「自己相似性」（幅広い物理量の範囲で似た振舞いや構造を示す）が特徴になる．通常「フラクタル幾何学」と呼ばれている数学は，後者の自己相似性で特徴づけられる構造の解析をめざしたもので，ベキ関数に現れるベキ指数を非整数まで拡張する試みといえる．「宇宙はフラクタル」なのである．

1-2-4　プランク世界

さて，3つの構造系列が存在することがわかったが，自然界にはこれ以外に構造の系列は存在しないのだろうか．それを考えるには，物質間に働く相

互作用に立ち戻って考えればよい．現在，私たちが知っている基本的な物質間の相互作用を表 1-1 に，物質を構成する基本粒子を表 1-2 に，素粒子の種類と相互作用の関係を表 1-3 にまとめている．4つの相互作用のうちの3つは，それぞれ特徴ある構造の系列をつくっていた．残る1つは，素粒子を崩壊させたり，レプトン間の反応を起こさせる弱い相互作用であるが，この力は安定な物質構造をつくるような成分はもっていないようである．少なくとも，図 1-1 で示した範囲には，弱い相互作用による物質構造が存在していないのは確かである．

しかし，だからといって，自然界には3つの階層構造しか存在しないとは断言できない．私たちが実験によって調べている範囲は限られており，エネルギーでいえば低エネルギー領域だけなのである．より高エネルギー状態になれば相互作用の性質は変化するかもしれない．あるいは，素粒子反応には

表 1-1 4種類の相互作用の性質

相互作用	無次元の結合定数	到達距離	特　徴
重　力	$\alpha_g = \dfrac{Gm^2}{\hbar c} \sim O(10^{-38})$ *	∞	常に引力として働く $\rho \propto R^{-2}$
弱い力	$\alpha_w = \dfrac{g_F m^2}{\hbar^3} \sim O(10^{-5})$ *	10^{-17} m	素粒子を変換する (構造をつくらない)
電磁力	$\alpha_e = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \sim O(10^{-2})$	∞	電荷をもつ粒子間に働く $\rho \sim 10^3$ kg m^{-3}
強い力	$\alpha_s = \dfrac{g_s{}^2}{\hbar^3 c} \sim O(1)$	10^{-15} m	クォーク間に働く $\rho \sim 10^{18}$ kg m^{-3}

* $m = m_p$ としたときの大きさ．

表 1-2 物質を構成する基本粒子

	第1世代	第2世代	第3世代
クォーク	u (アップ)	s (ストレンジ)	t (トップ)
	d (ダウン)	c (チャーム)	b (ボトム)
レプトン	e (電子)	μ (ミュー粒子)	τ (タウ粒子)
	ν_e	ν_μ	ν_τ

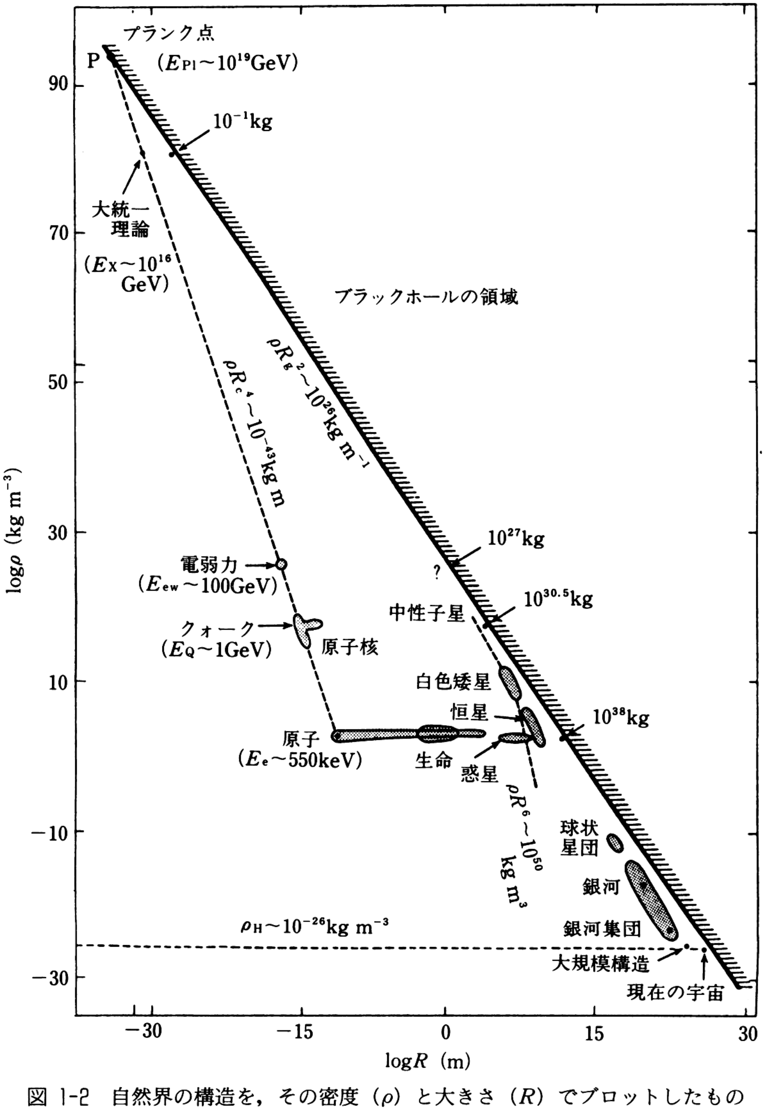


図 1-2　自然界の構造を，その密度 (ρ) と大きさ (R) でプロットしたもの

表 1-3　素粒子の種類と相互作用の関係

相互作用	ゲージ粒子	クォーク	(e, μ, τ)	(ν_e, ν_μ, ν_τ)
強い力	グルオン	○	×	×
電磁力	光子	○	○	×
弱い力	弱ボソン	○	○	○
重　力	グラビトン	○	○	○ (質量をもつ場合)

重力の効果はほとんど無視しているが，より微視的になると無視できなくなるかもしれない．そこで図 1-2 のように，より広い密度やサイズ領域での物質の在りようを考えることにしよう．それによって，現代物理学が適用できる範囲や限界を見ることができるだろう．

物質の構造や運動の骨格を記述する現代物理学は一般相対性理論と量子場の理論である．

一般相対性理論には重力定数 G と光速度 c の物理定数が含まれており，重力場の相対論的な扱いがされていることを意味している．これにより，この宇宙の空間と時間の尺度が決定されている．一般相対性理論からブラックホールが予言される．質量 M の物体からの脱出速度が光速度 c を越える場合で，そのサイズは

$$R_g = \frac{2GM}{c^2} \tag{1-7}$$

で与えられる．このサイズ以下になると信号が出てくることができず，原理的に情報を得ることが不可能になるから，実証的な研究を進めることができない．$M \sim R_g{}^3\rho$ とすると，

$$\rho \sim \frac{c^2}{2GR_g{}^2} \tag{1-8}$$

という密度 - サイズ関係が得られる．これが，図1-2 のブラックホールの限界線である．

一方，量子場の理論にはプランク定数 $\hbar$ と光速度 c の物理定数が含まれており，量子力学の相対論的な扱いがされていることを意味している．これ

により，微視的物質の特殊な振舞いが記述される．質量 m の素粒子のコンプトン波長は

$$R_{\mathrm{C}}=\frac{\hbar}{mc} \tag{1-9}$$

で表されるが，この関係は，光速度 c で運動するときの運動量 mc に対し，不確定性原理から得られるサイズへの制限と見なすことができる．これ以下のサイズは不確定性原理から詳細が決定できないのである．やはり，$m\sim R_{\mathrm{C}}^3\rho$ とおくと

$$\rho\sim\frac{\hbar}{cR_{\mathrm{C}}^4} \tag{1-10}$$

となり，図 1-2 のコンプトン波長の限界線(破線)の関係である．この直線上には，対応するエネルギーを書いているが，これは単に $E=mc^2$ とおいて

$$E=\frac{\hbar c}{R_{\mathrm{C}}} \tag{1-11}$$

とコンプトン波長とエネルギーを関係づけたものである．

私たちが知りうる物質世界は，（密度を与えたとき）式（1-8）のブラックホールよりサイズが小さく，式（1-10）のコンプトン波長よりサイズが大きい領域に限られることになる．では，2 つの線が交わる点では，さらに，それを越えたより高密度領域では，物理学はどうなるのだろうか．この領域では，重力の効果（G）を相対論的（c）かつ量子論的（$\hbar$）に扱わねばならない．これを「量子重力」と呼んでいる．究極の理論として精力的に研究が進められているが，重力場を量子化することにはまだ成功していない．このような状態は「プランク世界」と呼ばれており，3 つの物理定数で決まる物理量として，

$$m_{\mathrm{Pl}}=\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2}\sim10^{-8}\,\mathrm{kg}\ （プランク質量） \tag{1-12 a}$$

$$R_{\mathrm{Pl}}=\left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2}\sim10^{-35}\,\mathrm{m}\ （プランク長） \tag{1-12 b}$$

$$t_{\mathrm{Pl}}=\left(\frac{\hbar G}{c^5}\right)^{1/2}\sim 10^{-44}\,\mathrm{s}\ \text{（プランク時間）} \qquad (1\text{-}12\,\mathrm{c})$$

$$\rho_{\mathrm{Pl}}=\left(\frac{c^5}{\hbar G^2}\right)\sim 10^{97}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\ \text{（プランク密度）} \qquad (1\text{-}12\,\mathrm{d})$$

$$E_{\mathrm{Pl}}=\left(\frac{\hbar c^5}{G}\right)^{1/2}\sim 10^{19}\,\mathrm{GeV}\ \text{（プランク・エネルギー）} \qquad (1\text{-}12\,\mathrm{e})$$

が定義できる．この状態が現代物理学で扱える極限である．これを越えようとすれば，時間や空間そして物質（エネルギー）を別々のものとして定義することが困難になると考えられる．時間や空間を決定している重力が量子論における不確定性原理に従うためである．古典的な重力の概念を使うことができなくなる．

逆にいえば，現在の宇宙につながる時間や空間は，このプランク時間で発生したと考えられる．宇宙はプランク時間という有限の年齢で，プランク長という有限の大きさで生まれたのである．誕生した宇宙は，ほぼブラックホールの線に沿って膨張し，現在の状態に到達した．この間に，さまざまな物質反応を起こしながら，宇宙の構造を形成してきたのである．

1-2-5　相互作用の統一

図 1-2 を見れば，私たちが知りえている範囲はまだまだ狭いことがわかる．より微視的な状態，より高エネルギー状態になると，現在知っている物理法則が変わっていることも十分ありうると考えねばならない．実際，エネルギーが 100 GeV を越える（サイズでいえば 10^{-17} m 以下の）状態では，弱い相互作用の強さは電磁（クーロン）相互作用の強さと同じくらいになり，2 つの力は区別できなくなることが実験で確かめられている．弱い力と電磁力が，「電弱力」として統一されるのである．いわば，赤い糸（弱い力）と白い糸（電磁力）が低エネルギー状態では別々の糸なのが，100 GeV を越える高エネルギー（短距離）では 2 本の糸が各々の特徴を混ぜ合わせたピンク色の 1 本の糸になっていると考えればよい．エネルギーとともに，相互作用も変

化するのである．ならば，超高エネルギーになると強い相互作用の強さが弱くなって，電弱力と統一されるかもしれない．そのようなアイディアでまず提案されたのがGUT（Grand Unified Theory：大統一理論）であり，およそ 10^{16} GeV で3つの力が統一されると予言した．第5章で述べるように，GUT は陽子崩壊の実験と矛盾するため，紐（ストリング）理論や超対称性理論などの新しい統一理論へと拡張され，将来的には量子重力理論へと発展させようと展望されている．その意味で，量子重力理論は，知られている4つの相互作用を統一する理論とも考えることができる．

とすると，4つの力が統一された量子重力の時代があり，そこからプランク時間の 10^{19} GeV のエネルギースケールで重力が分岐して宇宙が誕生し，やがて 10^{16} GeV で強い力が分岐し，最後に 100 GeV で弱い力と電磁力が分岐したというふうに，宇宙の歴史を相互作用の分岐の歴史と考えることができるだろう．相互作用の特徴に応じた物質構造が形成されているとすると，宇宙の歴史において相互作用が変遷してきたのだから，各時代特有の物質的証拠が残されているかもしれない．それが何であり，どのような観測によって実証できるかを考えるのは意味あることである．第5章で，この観点を詳しく論ずることにしよう．また，いったん分岐した相互作用は，宇宙の膨張に従って各時代に特徴的な物質をのこす．それによって，私たちは宇宙の過去の遍歴を知ることができる．ビッグバン宇宙は，このような相互作用の分岐と物質化の歴史と見なすこともできる．それらについては第5章で述べるが，その前に宇宙を記述する方程式，その観測的な実証，非一様な宇宙の観測とその進化を第2章から第4章でまとめよう．観測的宇宙論とは，このような理論的予測と観測を重ね合わせつつ宇宙の進化を具体的に暴いていくことを目的としているのである．

第2章
宇宙の記述

本章では，まず，宇宙を記述するアインシュタイン方程式から宇宙の膨張則や年齢を求め，それらが宇宙論的なパラメターとどのような関係にあるかをまとめる．これまで，さまざまな宇宙モデルが提案されており，それらは単なる数学的モデルにすぎなかったり，あらまほしき宇宙像であったりしたが，物質やその相互作用についての私たちの知識が全体の一部である限り，それらを否定することはできない．とりあえず，あらゆる可能性を吟味して可能なモデルを調べ，それらを観測によって選別するしかない．以下では，現在，観測事実と矛盾のない宇宙モデルについて概説する．それを足場にして宇宙の進化についてのシナリオを組み立て，具体的な検証をして理論を鍛えていくという方法を採っている．

2-1 アインシュタイン方程式

宇宙の運動を記述するアインシュタイン方程式は，一般相対性理論から導き出される．その簡単な導出は付録に示している．このアインシュタイン方程式が，まず宇宙の記述の出発点である．

2-1-1 基本式

宇宙は一様・等方と仮定する(宇宙原理)．宇宙のどこを原点にとってもよく，どの方向を x 軸としてもよいことを意味している．したがって，密度

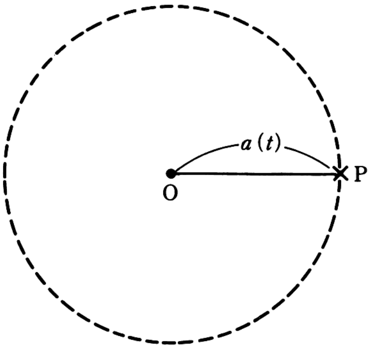


図 2-1 宇宙のスケールファクター

や圧力は場所によらず一定である．いま，原点をOとし，そこから距離 a だけ離れた点Pに印をつける．Pは任意の位置にとってよいから，通常 a を宇宙のスケールファクターと呼ぶ．この2点間の距離は，空間の膨張や収縮による宇宙の運動のため時間の関数 $a(t)$ であり，その時間変化は付録にあるように，

$$\frac{d^2a(t)}{dt^2}=-\left[\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon+3P)a\right]+\frac{1}{3}\Lambda c^2 a \tag{2-1}$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{da(t)}{dt}\right]^2=\frac{4\pi G\varepsilon a^2}{3c^2}-\frac{1}{2}Kc^2+\frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2 \tag{2-2}$$

で表される．ここに，G は重力定数，c は光速度，ε はエネルギー密度，P は圧力，Λ は宇宙定数である．付録にあるように，K は空間の曲率を表している．この式は，それを正確に解いたロシアのアレクサンドル・フリードマン（A. Freedman）にちなみ，フリードマン方程式と呼ばれている．

これらの方程式の物理的意味を考えてみよう．エネルギー密度から等価な質量密度

$$\rho=\frac{\varepsilon}{c^2} \tag{2-3}$$

を定義し，半径 $a(t)$ の球内に存在する質量を

$$M(a)=\frac{4\pi}{3}a(t)^3\rho \tag{2-4}$$

と書くと，式 (2-1) は

$$\frac{d^2a}{dt^2}=-\frac{GM(a)}{a^2}\left(1+\frac{3P}{\varepsilon}\right)+\frac{1}{3}\Lambda c^2 a \tag{2-5}$$

と書き換えることができる．右辺第1項は，ニュートンの法則と同じで質量 $M(a)$ が点Pに及ぼす重力であり，ただ相対論効果のため圧力が質量に加わっていることが異なっている．第2項は，符号がプラスだから斥力で，距離に比例する力である．この項は，後に述べるように，アインシュタインが宇宙を静止させるために加えた仮想的な力で，一般に宇宙項あるいは宇宙斥力と呼ばれている．

式 (2-2) は，式 (2-1) の積分形で，これも

$$\frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2-\frac{GM(a)}{a}-\frac{1}{6}\Lambda c^2a^2=-\frac{1}{2}Kc^2 \tag{2-6}$$

と書き換えると，左辺第1項が運動エネルギー，第2項が重力エネルギー，第3項が宇宙斥力によるエネルギーで，その全体が一定値 K であることがわかる．つまり，式 (2-6) は力学的エネルギー保存則で，ニュートン力学と本質的に同じである．全エネルギーがプラスの場合 K がマイナスで開いた宇宙，全エネルギーがマイナスの場合 K がプラスで閉じた宇宙，全エネルギーがゼロの場合 K もゼロで平坦な宇宙であることがわかる．

式 (2-1) と (2-2) から

$$\frac{d}{dt}(\varepsilon a^3)+P\frac{d}{dt}a^3=0 \tag{2-7}$$

が成立していることがわかる．これは，以下に述べるように熱力学第一法則で，断熱条件が成立していることを示している．

以上のように，宇宙の運動を記述するアインシュタイン方程式は，$\Lambda=0$ の場合，ニュートン力学における質点やロケットの運動とほとんど同じであり，非相対論的な物質の場合 $P\ll\varepsilon$ だから，完全にニュートン力学と一致する．但し，点Pの位置にある質点が運動するのではなく，原点から印をつ

けた点Pまでの空間の伸縮に伴って距離 a が変化するのであることに留意する必要がある．たとえば，物差しが伸びていて，そこに記された目盛の間隔が大きくなっている場合を想像すればよい．各々の目盛自身は物差し上を動くわけではない．

2-1-2　宇宙のパラメター

運動方程式はわかったが，これを解いて，実際に私たちの宇宙がどのような運動をしているかを知るには，どのような情報が必要だろうか．まず，運動方程式 (2-1) は時間について2階の微分方程式だから，初期条件が2つ必要である．むろん，エネルギー保存則 (2-2) が成立しているから，初期条件でなくても現在値でもかまわない．ニュートン力学の場合のロケットの運動が初期条件で，ロケットが墜落して戻ってくるか，人工衛星になるか，地球から永久に飛び去ってしまうかの運命が決まるが，運動の途中の高さや速度の情報からでも運命がわかるのと同じである．

次に必要なのは，圧力 P とエネルギー密度 ε の関係で，これは状態方程式と呼ばれ，宇宙に一様に分布するものが何であるかによって決まる．通常は，相対論的な気体（質量ゼロの光子やニュートリノ）と非相対論的な気体を想定する．この状態方程式が与えられれば式(2-7)の熱力学第一法則から，圧力あるいはエネルギー密度のいずれかの初期条件（現在値でもよい）がわかり，すべての時刻でそれらを決定することができる．ただし，式 (2-7) は式 (2-1) と (2-2) から導き出せるから独立ではなく，この条件は運動方程式の初期条件（現在値でもよい）に含まれていることになる．

以上から，2つの初期値（現在値でもよい）が必要であることがわかるが，さらに宇宙定数 Λ という未知の項の大きさを指定しなければならない．つまり，状態方程式を除けば，合計3つの量を与えなければ宇宙の運動を決定することができない．これらは方程式自身に含まれているわけでなく，観測によって決定しなければならない．一般に，ロケットの運動はニュートンの運動方程式で記述されるが，個々のロケットの運命は，それぞれ異なった

個々の初期条件（や燃料の燃え方）を指定しなければわからないのと同じことである．宇宙の場合は，現在の宇宙を観測することによって決めるしかない(宇宙定数 Λ は，本来理論的に決定されるはずのものだが，現在は信頼できる理論はなく，やはり観測によって予測するしかない)．観測的宇宙論の第1目標は，宇宙の運命を決定する3つの独立量を，どのような観測を通じて正確に決定するかにある．これらの量を宇宙のパラメターと呼んでおり，以下のように定義されている．

(1) ハッブル定数

$$H=\frac{1}{a}\left(\frac{da}{dt}\right)=\frac{\dot{a}}{a} \tag{2-8 a}$$

宇宙の膨張率で，現在の時刻 t_0 での値には，下つきの0をつけて

$$H_0=\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)_{t_0} \tag{2-8 b}$$

と書く．

(2) 減速係数

$$q=-\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right) \tag{2-9 a}$$

現在の宇宙は膨張しており（$\dot{a}>0$），その減速する（$\ddot{a}<0$）割合の目安である．q の符号がプラスになるよう，右辺にマイナスがつけられている．現在値は

$$q_0=-\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)_{t_0} \tag{2-9 b}$$

である．

(3) 密度パラメター

$$\Omega=\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{crt}}} \tag{2-10 a}$$

ここで，ρ_{crt} は臨界密度で

$$\rho_{\mathrm{crt}}=\frac{3H^2}{8\pi G} \tag{2-11}$$

と定義されている．その物理的な意味は，すぐあとに述べる．密度パラメターは，重力源となる物質（放射も含む）の量を測る目安である．現在値は

$$\Omega_0=\frac{8\pi G\rho_0}{3H_0^2} \tag{2-10 b}$$

である．

(4)　曲率係数

$$k=\frac{Kc^2}{H^2a^2} \tag{2-12 a}$$

と書き，後の都合上，曲率 K を現在のハッブル定数とスケールファクターで規格化して

$$k_0=\frac{Kc^2}{H_0^2a_0^2} \tag{2-12 b}$$

と表す．

(5)　宇宙項

$$\lambda=\frac{\Lambda c^2}{3H^2} \tag{2-13 a}$$

やはり，後の都合上，現在のハッブル定数で規格化した

$$\lambda_0=\frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \tag{2-13 b}$$

を定義する．以下では，主にこの λ を宇宙定数と呼ぶ．

独立量は3つなのに5つの宇宙のパラメターを定義しているから，当然これらのパラメターの間に2つの関係がある．その1つは，力学的エネルギー保存則（2-2）から

$$1=\Omega-k+\lambda \tag{2-14}$$

という関係が得られる．この関係は現在の時刻 t_0 でも成立するから

$$1=\Omega_0-k_0+\lambda_0 \tag{2-15}$$

という簡単な関係になっている（このように表現できるよう規格化したが）．宇宙定数 Λ がゼロの場合，曲率パラメター K がゼロの平坦な宇宙では Ω

が常に1であることがわかる．このとき密度は

$$\rho=\rho_{\mathrm{crt}}=\frac{3H^2}{8\pi G} \tag{2-16}$$

で，開いた宇宙と閉じた宇宙の境になっているため臨界密度と呼ばれている．

もう1つの関係は，式（2-1）と（2-2）から

$$2q=-\left(\frac{\ddot{a}}{aH^2}\right)=\Omega\left(1+\frac{3P}{\varepsilon}\right)-\lambda \tag{2-17}$$

が得られる．現在の宇宙では，非相対論的な物質が卓越しているから $P_0 \ll \varepsilon_0$ であり，

$$2q_0=\Omega_0-\lambda_0 \tag{2-18}$$

である．

以上の5つのパラメターをどのような観測によって決定しているかを第3,4章で詳しく述べる．以下では，アインシュタイン方程式を解いて，宇宙の膨張則や年齢と宇宙のパラメターとの関係を求めておこう．

2-1-3　熱力学第一法則

式（2-7）は熱力学の第一法則（エネルギー保存則）に対応しており，半径 a の球の体積 $V=4\pi a^3/3$，全内部エネルギー $U=\varepsilon V$ を定義すると

$$\frac{dU}{dt}+P\frac{dV}{dt}=T\frac{dS}{dt}=0 \tag{2-19}$$

と表される．この式は半径 a の球内の全エントロピー S が保存されることを意味しており，宇宙の運動は断熱過程であることがわかる．むろん，いまのところは星や銀河という宇宙の構造は考えていないから断熱過程となっているので，星や銀河から熱エネルギーが放出されていることを考慮すると，全エントロピーは増えていくことになる．

このことと関連して，19世紀末，宇宙の熱死が深刻に語られたことがある．宇宙では星が輝き，その熱エネルギーは宇宙空間に放出されているか

ら，これは非可逆過程である．したがって，宇宙の熱エネルギーもエントロピーも一方的に増大していくことになる．式(2-19)の右辺はゼロでなく，星からのエントロピー放出を考慮しなければならないのである．もし，宇宙が静止していれば体積は一定 ($dV/dt=0$) だから，エントロピーが増大するなら ($dS/dt>0$)，宇宙の内部エネルギー，つまり温度が上昇していくだろう．ならば，やがて地球の温度(絶対温度で約 300 K)を上回るようになると地球から排熱を捨てることができず，地上の生物は熱死してしまうことになる．さらに太陽の表面温度 (約 5500 K) を上回るようになると，逆に宇宙空間から太陽に熱エネルギーが流れ込むようになり，太陽は溶かされてしまうだろう．熱力学第二法則が正しい限り，やがて宇宙は灼熱の地獄になって死滅してしまうと考えられたのである．しかし，たとえ星からのエントロピー放出があっても，それを上回る速さで宇宙が膨張 ($dV/dt>0$) しておれば，つまり

$$\frac{dU}{dt}=T\frac{dS}{dt}-P\frac{dV}{dt}<0 \tag{2-20}$$

を満たせば宇宙は熱死しないことがわかる．また，全エントロピーが増大しても，単位体積あたりのエントロピーであるエントロピー密度 $s=S/V$ は

$$\frac{ds}{dt}=s\left(\frac{d\ln S}{dt}-\frac{d\ln V}{dt}\right)<0 \tag{2-21}$$

を満たせば減少する．現在の宇宙は星や銀河からのエントロピー放出に比べ十分速く膨張しているから，ほぼ断熱膨張をしているとしてよく，宇宙は熱死しないことがわかっている．実は，宇宙が断熱膨張をしており，エントロピー密度が減少している (温度が減少している) からこそ，宇宙にさまざまな構造が形成されてきたのである．

式 (2-19) から，簡単な状態方程式の場合について，宇宙の運動とともに温度や密度がどのように変化しているかを調べておこう．

(a) 相対論的粒子

光子や質量がゼロのニュートリノの場合（以後は，光子で代表させ放射と呼び r をつける），状態方程式は

$$P_{\rm r}=\frac{1}{3}\,\varepsilon_{\rm r} \tag{2-22}$$

で与えられる．これを式（2-19）に代入して整理すると

$$\varepsilon_{\rm r}a^4=一定=\varepsilon_{\rm r,0}a_0{}^4 \tag{2-23}$$

が得られる．エネルギー密度 $\varepsilon_{\rm r}$ は放射の温度 $T_{\rm r}$ と放射定数 $a_{\rm R}$ を用いて

$$\varepsilon_{\rm r}=a_{\rm R}T_{\rm r}{}^4 \tag{2-24}$$

と表されるから，式（2-23）から

$$T_{\rm r}(t)=T_{\rm r,0}\left[\frac{a_0}{a(t)}\right] \tag{2-25}$$

と現在の放射の温度で表示できる．宇宙が膨張するにつれ，放射の温度が減少してきたことがわかる．観測によれば，現在の放射の温度は，ほぼ $T_{\rm r,0}=2.73\,{\rm K}$ である．

(b) 非相対論粒子

非相対論粒子（以後，物質と呼び m をつける）の場合，その静止質量エネルギーが内部（熱）エネルギーに比べ圧倒的に大きいから，式（2-19）で圧力項を無視することができ

$$\varepsilon_{\rm m}a^3=\rho_{\rm m}c^2a^3=一定=\rho_{\rm m,0}c^2a_0{}^3 \tag{2-26}$$

という質量保存則が得られる．観測によれば，現在の平均の物質密度は，$\rho_{\rm m,0}=10^{-27}\,{\rm kg\,m^{-3}}$ 程度である．いま，単原子気体として断熱係数を $\gamma=5/3$ とすると，圧力は $P_{\rm m}\propto\rho_{\rm m}{}^{\gamma}\propto\rho_{\rm m}{}^{5/3}$ だから

$$P_{\rm m}(t)=P_{\rm m,0}\left[\frac{a_0}{a(t)}\right]^5 \tag{2-27}$$

と変化し，完全気体では $P_{\rm m}\propto T_{\rm m}\rho_{\rm m}$ だから温度は

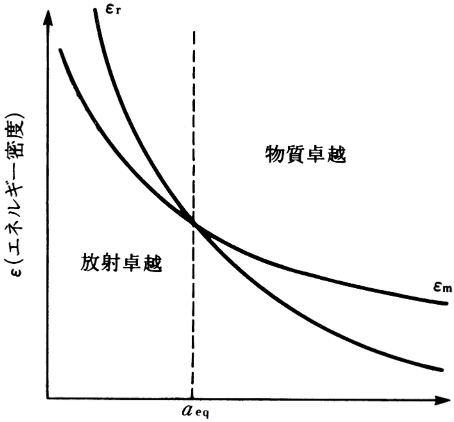


図 2-2　放射と物質のエネルギー密度と宇宙のスケールファクターの関係

$$T_{\mathrm{m}}(t) = T_{\mathrm{m},0}\left[\frac{a_0}{a(t)}\right]^2 \tag{2-28}$$

と，膨張とともに減少していくことがわかる．

(c)　両者の比較

宇宙が非常に小さい状態から現在に向かって膨張してきたとすると，エネルギー密度は，放射の場合 a^{-4} で減少し，物質は a^{-3} で減少するから，両者を比較すると，宇宙初期の a が非常に小さかったころでは放射のエネルギー密度が卓越することがわかる．両者の大きさが同じになるのは (eq をつける)，

$$\frac{a_{\mathrm{eq}}}{a_0} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{r},0}}{\rho_{\mathrm{m},0}c^2} \tag{2-29}$$

の時期である．放射の温度および物質密度の観測から，$a_{\mathrm{eq}} \sim 10^{-4}a_0$ であることがわかる．この時期以前では放射のエネルギー密度が卓越し，これ以後は物質のエネルギー密度が卓越することになる．まさに，宇宙は「光(放射)ありき」で始まったのである．後に見るように，エネルギー密度の担い手が放

射から物質に変わる時期は，銀河形成にとって非常に重要である．

2-2 宇宙の膨張則

フリードマン方程式 (2-2) を時間について積分すれば，a の時間変化，つまり宇宙の膨張則を得ることができる．さらに，時間の代りに，観測量である赤方偏移を用いて，宇宙の膨張則や時刻を表示するのが便利である．以下では，それらについての基礎方程式をまとめることにする．

2-2-1 さまざまな宇宙モデル

以下では，簡単化のため，特に表示しない限り現在のスケールファクター a_0 を 1 ととることにする．式 (2-2) のフリードマン方程式は，ハッブル定数などの宇宙のパラメターを使って

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = H_0^2\left(\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{crt},0}} - \frac{k_0}{a^2} + \lambda_0\right) \tag{2-30}$$

と表すことができる．密度 ρ には放射と物質の双方を考慮し，前節の結果を使うと

$$\rho = \rho_{\mathrm{r}} + \rho_{\mathrm{m}} = \frac{\rho_{\mathrm{r},0}}{a^4} + \frac{\rho_{\mathrm{m},0}}{a^3} \tag{2-31}$$

と書くことができ，これを式 (2-30) に代入すると

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = H_0^2 a^2\left(\frac{\Omega_{\mathrm{r},0}}{a^4} + \frac{\Omega_{\mathrm{m},0}}{a^3} - \frac{k_0}{a^2} + \lambda_0\right) \tag{2-32}$$

が得られる．これを

$$t = \frac{1}{H_0}\int_0^a \frac{a\,da}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{r},0} + \Omega_{\mathrm{m},0}a - k_0 a^2 + \lambda_0 a^4}} \tag{2-33}$$

と積分すると宇宙の膨張則が得られる．しかし，この積分は簡単にできないし，各々の項がどのような働きをするかを見るためには，パラメター範囲を区切って調べるのがよい．そこで，以下に，いくつかの特別な場合を表示しよう．

（a）　アインシュタインの静止宇宙

アインシュタインは，初め宇宙は静止していると考えていた．そのため仮想的な斥力を導入し，重力と釣り合わせて $\ddot{a}=\dot{a}=0$ の宇宙モデルを提案した．この場合，式（2-1）と（2-2）から

$$a=\left(\frac{k_0}{3\lambda_0}\right)^{1/2}=\left(\frac{K}{\Lambda}\right)^{1/2} \tag{2-34 a}$$

であり，

$$\Lambda=\frac{4\pi G\rho}{c^2} \tag{2-34 b}$$

という関係が得られる．この場合，$\varepsilon>0$ だから $K>0$ であり，閉じた宇宙で，そのサイズは $a=(K/\Lambda)^{1/2}=cK^{1/2}/(4\pi G\rho)^{1/2}$ の大きさになる．但し，この宇宙モデルは以下に示すように不安定である．宇宙膨張が発見されて，アインシュタインは「生涯最大の失敗」として宇宙斥力を引っ込めたが，1980年に入ってインフレーション宇宙として復活したことは第5章で述べる．

（b）　物質のないドジッター宇宙とミルン宇宙

次に簡単な場合は，ドジッター（W. de Sitter）が考えた，物質がない $\rho=P=0$ の宇宙で，宇宙斥力と曲率項のみが効く場合である．これをドジッター宇宙と呼ぶが，その膨張則をまとめると以下のようになる．

$\Lambda>0$ の場合

$$K=0 \qquad a(t)=a(0)\exp(\alpha H_0 t) \tag{2-35}$$

$$K>0 \qquad a(t)=\left(\frac{{k_0}^{1/2}}{\alpha}\right)\cosh(\alpha H_0 t) \tag{2-36}$$

$$K<0 \qquad a(t)=\frac{(-k_0)^{1/2}}{\alpha}\sinh(\alpha H_0 t) \tag{2-37}$$

$\Lambda<0$ の場合

$$K<0 \qquad a(t)=\frac{(-k_0)^{1/2}}{\alpha}\sin(\alpha H_0 t) \tag{2-38}$$

ここで，

$$\alpha = |\lambda_0|^{1/2} \tag{2-39}$$

である．$\Lambda > 0$ の場合，宇宙膨張が指数関数的であることがドジッター宇宙の特徴である．

物質がなく宇宙定数もゼロだが，曲率項のみ効く場合がミルン（E. Milne）宇宙であり，式（2-33）から $K < 0$ の場合にのみ解があり

$$a(t) = (-k_0)^{1/2} H_0 t \tag{2-40}$$

と時間に比例した膨張則になる．

（c）　フリードマン宇宙

宇宙斥力が $\Lambda = 0$ で放射と物質のエネルギー密度が重力として働く場合で，現在のところ膨張宇宙の最も標準的なモデルである．K の値に応じて，次のように解を得ることができる．

$K = 0$ の場合（アインシュタイン・ドジッター宇宙とも呼ばれる），パラメター ξ を使って

$$a = \Omega_{\mathrm{m},0}\xi^2 + 2\Omega_{\mathrm{r},0}{}^{1/2}\xi \tag{2-41 a}$$

$$H_0 t = \frac{2}{3}\Omega_{\mathrm{m},0}\xi^3 + 2\Omega_{\mathrm{r},0}{}^{1/2}\xi^2 \tag{2-41 b}$$

このままでは解の時間変化がわかりにくいので，放射が卓越した時代と物質が卓越する時代の膨張則を求めておこう．

放射卓越の時代（$a < a_{\mathrm{eq}}$）

$$a(t) = (2\Omega_{\mathrm{r},0}{}^{1/2} H_0 t)^{1/2} \tag{2-41 c}$$

物質卓越の時代（$a > a_{\mathrm{eq}}$）

$$a(t) = \left(\frac{9}{4}\Omega_{\mathrm{m},0}\right)^{1/3} (H_0 t)^{2/3} \tag{2-41 d}$$

$K > 0$ の場合（閉じたフリードマン宇宙），パラメター θ を使って

$$a = \frac{\Omega_{\mathrm{m},0}}{2(\Omega_0 - 1)}(1 - \cos\theta) + \sqrt{\frac{\Omega_{\mathrm{r},0}}{(\Omega_0 - 1)}}\sin\theta \tag{2-42 a}$$

$$H_0 t = \frac{\Omega_{m,0}}{2(\Omega_0-1)^{3/2}}(\theta - \sin\theta) + \frac{\sqrt{\Omega_{r,0}}}{(\Omega_0-1)}(1-\cos\theta) \tag{2-42 b}$$

と表すことができる．スケールファクターが最大になる時刻は

$$H_0 t_{\max} = \frac{\sqrt{\Omega_{r,0}}}{\Omega_0-1} + \frac{\Omega_{m,0}}{2(\Omega_0-1)^{3/2}}\left[\pi - \tan^{-1}\frac{2\sqrt{\Omega_{r,0}(\Omega_0-1)}}{\Omega_{m,0}}\right] \tag{2-42 c}$$

である．

$K<0$ の場合（開いたフリードマン宇宙），パラメター θ を使って

$$a = \frac{\Omega_{m,0}}{2(1-\Omega_0)}(\cosh\theta - 1) + \sqrt{\frac{\Omega_{r,0}}{(1-\Omega_0)}}\sinh\theta \tag{2-43 a}$$

$$H_0 t = \frac{\Omega_{m,0}}{2(1-\Omega_0)^{3/2}}(\sinh\theta - \theta) + \frac{\sqrt{\Omega_{r,0}}}{(1-\Omega_0)}(\cosh\theta - 1) \tag{2-43 b}$$

と表される．

どの解も時間についてのベキ関数の組合せで表されており，時間の指数関数であるドジッター宇宙と好対照となっている．これは，宇宙膨張の時間変化が，主として重力に支配されているためである．

（d）ルメートル宇宙

宇宙斥力およびエネルギー密度の双方を考慮した最も一般的な場合であるが，式（2-33）は積分することができないので，解の様子をフリードマン宇宙と比較しながら定性的に調べることにしよう．式 (2-6) のエネルギー保存則を

$$\frac{1}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + U(a) = E\left(= -\frac{1}{2}Kc^2\right) \tag{2-44}$$

と，運動エネルギーとポテンシャル・エネルギーの和の形で表しておくと，ポテンシャルのカーブ $U(a)$ とエネルギー E の関係を調べれば，おおよその運動を知ることができるのは，通常のニュートン力学の問題と同じである．図 2-3 に，ポテンシャルのカーブとエネルギーの関係，図 2-4 にそれに対応した a の時間的振舞いを，それぞれフリードマン宇宙（$\Lambda=0$）とルメートル（G. Lemaitre）宇宙（$\Lambda>0$）の場合について比較している．

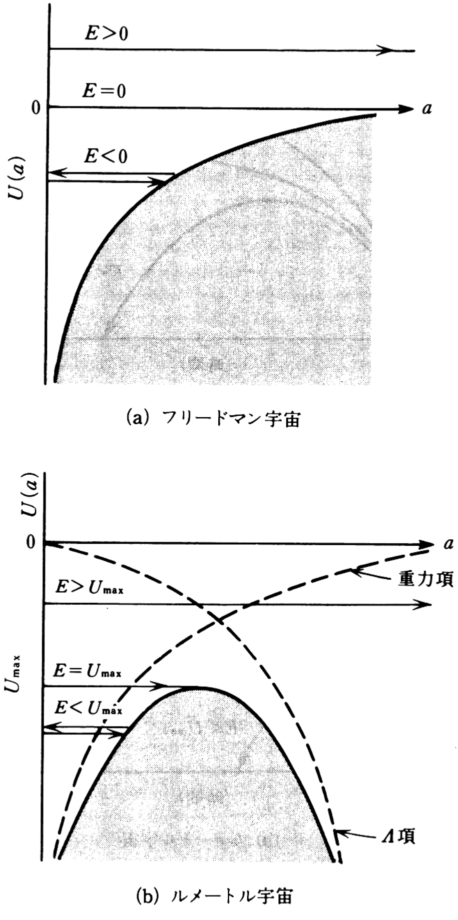
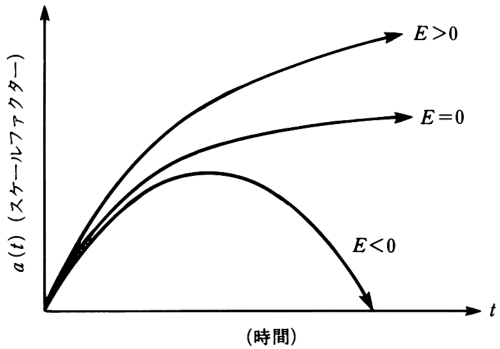


図 2-3　ポテンシャルとエネルギーの関係

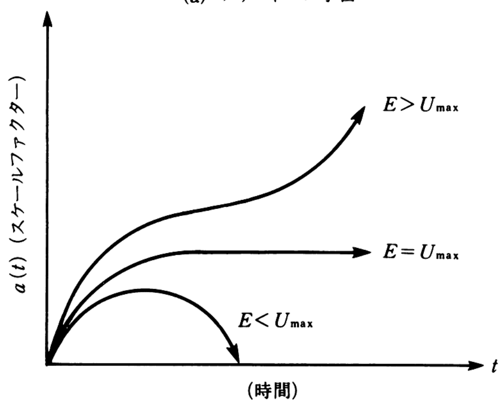
フリードマン宇宙の場合は単純で,

$$U(a) = -\frac{GM}{a} \tag{2-45}$$

だから，全エネルギー E がマイナス ($K>0$) の場合は，いったん膨張した後ポテンシャルの壁にぶつかって収縮に転じ，E がプラス ($K<0$) の場合



(a) フリードマン宇宙



(b) ルメートル宇宙

図 2-4　スケールファクターの時間的振舞い

は，永久に膨張を続ける解になる．$K=0$ の場合がその境界で，永久に膨張を続けるが膨張速度は時間が無限大でゼロに近づいていく．

ルメートル宇宙の場合，ポテンシャルには

$$U(a)=-\frac{GM}{a}-\frac{1}{6}\Lambda c^2a^2 \tag{2-46}$$

と宇宙項が加わっている．したがって，ポテンシャルは，いったんピークの

U_{max} となって後，a の増大とともに再び減少する．ポテンシャルのピーク点では，$\Lambda=4\pi G\rho/c^2$ が満たされているから，式(2-34)のアインシュタインの静止宇宙に対応しており，エネルギーが $E=U_{max}$ となるのは $a_{max}{}^2=Kc^2/4\pi G\rho=K/\Lambda$ である．つまりアインシュタインの静止宇宙は，ポテンシャルのピーク点で静止している宇宙になっている．この宇宙が不安定であることは，スケールファクター a を少し大きくしたり小さくするゆらぎを与えると，いずれもポテンシャルの谷を下ることになり，宇宙は急膨張したり急崩壊してしまうことから簡単に理解できるだろう．

ルメートル宇宙で特徴的な解は，$E>U_{max}$ の場合で，いったんポテンシャルのピーク付近で膨張にブレーキがかかり，ピークを過ぎるとともに宇宙斥力項が効くようになって，ドジッター宇宙のような指数関数的な急速な膨張に転じるということにある．膨張にブレーキがかかることにより，フリードマン宇宙に比べ，宇宙年齢が長くなることがわかる．

2-2-2　宇宙の赤方偏移

以上では，宇宙の時間とスケールファクターの関係を調べたが，実際上は天体の観測だけでは宇宙の時間を知ることができない．観測によって知ることができるのは，宇宙膨張によって各銀河が遠ざかっているために生じる光のドップラー効果による赤方偏移量である．すぐ示すように，宇宙が一様に膨張している結果，銀河が遠ざかる速さは距離に比例する（ハッブルの法則）．つまり，赤方偏移の量が銀河の距離の目安になり，その光が宇宙のどの時間に発せられたかがわかる．そこでまず，赤方偏移と宇宙の時間の間の関係を調べることにしよう．

観測者が原点Oにおり，そこから距離 $r(t)$ 離れて光源Sがあるとする．$r(t)$ は，静止した物差しである固有座標 (proper coordinate) で測った距離である．これに対し

$$r(t)=a(t)\chi \tag{2-47}$$

で定義される距離 χ は，共動座標（comoving coordinate）で測られた距離

であり，時間変化しない．伸びている物差しを想像してみよう．物差し上に刻まれた目盛の間隔は大きくなっているから，たとえば目盛1と目盛2の間隔は静止した物差しで測ると大きくなる．この長さが固有距離 r である．一方，目盛2の位置は目盛1に対し，物差し上での間隔は常に1であって変化しない．この物差し上での間隔（距離）が共動距離 x に対応する．

光の伝播は付録にあるように，

$$ds^2 = c^2dt^2 - a(t)^2d\chi^2 = 0 \tag{2-48}$$

で与えられるから，光源を時刻 t_s に発した光が観測者に時刻 t_o に到着するという関係は

$$\chi_{so} = \int_{t_s}^{t_o} \frac{cdt}{a(t)} = \text{一定} \tag{2-49}$$

で与えられる．同様に，時刻 $t_s+\Delta t_s$ に光源を発した光が，時刻 $t_o+\Delta t_o$ に観測者に到着したとすると，共動距離 χ_{so} は r のみの関数で時間について一定だから

$$\int_{t_s}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_s+\Delta t_s}^{t_o+\Delta t_o} \frac{dt}{a(t)} \tag{2-50}$$

が成立する．積分を入れ換えると，

$$\int_{t_s}^{t_s+\Delta t_s} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_o}^{t_o+\Delta t_o} \frac{dt}{a(t)} \tag{2-51}$$

となり，十分小さい時間間隔 $(t \gg \Delta t)$ とすると

$$\frac{\Delta t_s}{a(t_s)} = \frac{\Delta t_o}{a(t_o)} \tag{2-52}$$

と近似できる．光の振動数 ν は時間間隔 Δt に逆比例するから

$$\nu_s = \frac{1}{\Delta t_s}, \quad \nu_o = \frac{1}{\Delta t_o} \tag{2-53}$$

であり，式 (2-52) より

$$\frac{\nu_s}{\nu_o} = \frac{\lambda_o}{\lambda_s} = \frac{a(t_o)}{a(t_s)} \tag{2-54}$$

という関係が得られる．宇宙が膨張していると，$a(t_o) > a(t_s)$ だから，$\lambda_o > \lambda_s$，つまり波長が長くなる赤方偏移が生じる．宇宙膨張に伴って，光の波長

も引き伸ばされるのである．宇宙の赤方偏移を z とし

$$z=\frac{\lambda_0-\lambda_s}{\lambda_s}=\frac{\nu_s}{\nu_0}-1 \tag{2-55}$$

で定義すると，これは宇宙のスケールファクターと

$$1+z=\frac{a(t_0)}{a(t_s)} \tag{2-56}$$

という関係になる．観測の時刻 t_0 は現在の時刻 t_0 だから，$a(t_0)=a_0=1$ となり，一般に

$$a(t)=\frac{1}{1+z} \tag{2-57}$$

と表される．赤方偏移 z の大きさによって，宇宙のサイズが現在のサイズの何分の1の時点で放出された光かがわかることになる．

2-2-3　宇宙年齢

式（2-57）より

$$da=\frac{-dz}{(1+z)^2} \tag{2-58 a}$$

$$dt=\frac{da}{aH}=-\frac{dz}{(1+z)H} \tag{2-58 b}$$

のような関係をつけることができ，式（2-33）の右辺を赤方偏移 z で表示すれば，宇宙年齢と z の関係が得られる．以下に，興味ある宇宙モデルについて求めておこう．

式（2-32）から，ハッブル定数は

$$H(z)=H_0(1+z)\left[\Omega_{r,0}(1+z)^2+\Omega_{m,0}(1+z)-k_0+\frac{\lambda_0}{(1+z)^2}\right]^{1/2} \tag{2-59}$$

と表される．式（2-58 b）より，宇宙の時刻 t と赤方偏移の関係は

$$\begin{aligned} t&=\int_0^t dt \\ &=\int_z^\infty \frac{dz}{H_0(1+z)[\Omega_{r,0}(1+z)^4+\Omega_{m,0}(1+z)^3-k_0(1+z)^2+\lambda_0]^{1/2}} \end{aligned} \tag{2-60}$$

と表すことができる．

（a）　フリードマン宇宙（$\Lambda=0$）

放射のエネルギー密度が無視できる場合（$\Omega_{r,0}=0$），$k_0=\Omega_{m,0}-1=\Omega_0-1$ だから，ハッブル定数は

$$H(z)=H_0(1+z)\sqrt{1+\Omega_0 z} \tag{2-61}$$

となり，宇宙の時間は

$$t=\frac{1}{H_0}\int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)^2\sqrt{1+\Omega_0 z}} \tag{2-62 a}$$

と表示できる．これを積分すると，次のようになる．

$\Omega_0=1$ のとき

$$t=\frac{2}{3H_0(1+z)^{3/2}}=\frac{2}{3H(z)} \tag{2-62 b}$$

$\Omega_0<1$ のとき

$$H_0 t =\frac{\sqrt{1+\Omega_0 z}}{(1-\Omega_0)(1+z)}+\frac{\Omega_0}{2(1-\Omega_0)^{3/2}}\log\left(\frac{\sqrt{1+\Omega_0 z}-\sqrt{1-\Omega_0}}{\sqrt{1+\Omega_0 z}+\sqrt{1-\Omega_0}}\right) \tag{2-62 c}$$

$\Omega_0>1$ のとき

$$H_0 t=\frac{\sqrt{1+\Omega_0 z}}{(\Omega_0-1)(1+z)}+\frac{\Omega_0}{(\Omega_0-1)^{3/2}}\left[\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\sqrt{\frac{1+\Omega_0 z}{\Omega_0-1}}\right] \tag{2-62 d}$$

（b）　ルメートル宇宙（$\Lambda>0$）

平坦（$K=0$）で放射のエネルギー密度が無視できる場合（$\Omega_{r,0}=0$）に限ろう．この場合，$\Omega_0+\lambda_0=1$ で，ハッブル定数は

$$H(z)=H_0[\Omega_0(1+z)^3+\lambda_0]^{1/2} \tag{2-63}$$

と表され，宇宙の時間は

$$t=\frac{1}{H_0}\int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)\sqrt{\Omega_0(1+z)^3+\lambda_0}} \tag{2-64}$$

となる．

同じ平坦な宇宙（$K=0$）の場合について，フリードマン宇宙の場合の宇宙年齢とルメートル宇宙の場合の宇宙年齢を比較しておこう．式（2-64）を t_L と書き，式（2-62 b）を t_F と書いて，これらの差をとると，

$$\delta t = t_L - t_F = \frac{1}{H_0}\int_z^\infty \frac{1-\sqrt{\Omega_0 + \dfrac{\lambda_0}{(1+z)^3}}}{(1+z)\sqrt{\Omega_0(1+z)^3+\lambda_0}}\,dz \qquad (2\text{-}65)$$

となるから，$\Omega_0=1-\lambda_0$ を考慮すると分子は必ずプラスとなり，$\delta t>0$ であることがわかる．前述したように，ルメートル宇宙の場合，ポテンシャルのピーク $U_{\max}$ 近辺で膨張にブレーキがかかり，そこで宇宙膨張が滞留するため t_L が長くなるのである．

2-2-4　ハッブルの法則

1929 年，ハッブル（E. Hubble）は，近傍の銀河 20 数個について，距離 r と後退速度 v を独立して測定し，例外はあるがほとんどの銀河について，v が r に比例していることを発見した．そこでこの関係をハッブルの法則，比例係数をハッブル定数と呼ぶようになった．この発見により宇宙が膨張していることが確定したのだが，実際，このハッブルの法則が成立していることをフリードマン宇宙の場合に証明しておこう．

式（2-49）の距離 χ を赤方偏移 z の関数として表現しよう．付録より

$$\chi(z) = \int_t^{t_0}\frac{cdt}{a(t)} = \int_z^\infty \frac{cdz}{H(z)}$$
$$= \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \qquad (2\text{-}66)$$

だから，フリードマン宇宙（$\Lambda=0$）で，放射のエネルギー密度が無視できる場合（$\Omega_{m,0}=\Omega_0=1+k_0$），$r$ と z の関係は，

$$r(z) = \left(\frac{c}{H_0}\right)\left(\frac{z}{1+z}\right)\left[\frac{2}{1+(1+\Omega_0 z)^{1/2}}\right]\left[1+\frac{z}{1+(1+\Omega_0 z)^{1/2}}\right] \qquad (2\text{-}67)$$

と積分することができる．宇宙観測は私たちの近傍だから，$z\ll 1$ として展開すると，

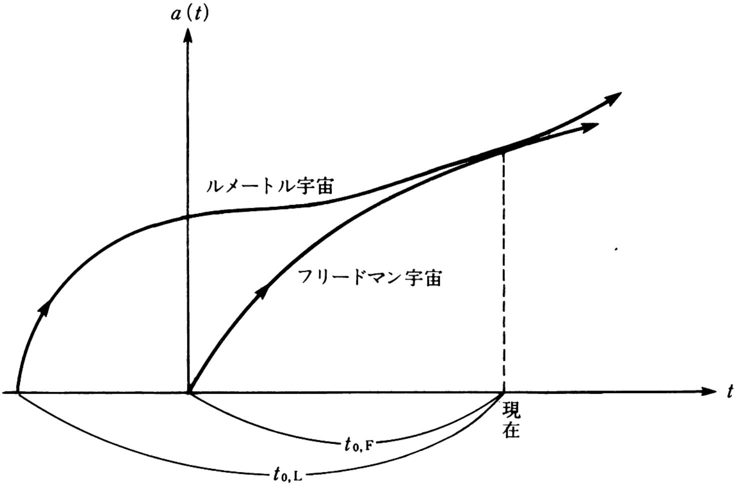


図 2-5　現在のハッブル定数を等しいとした場合のフリードマン宇宙とルメートル宇宙の膨張則の比較

$$r \sim \frac{cz}{H_0}\left[1-\frac{(1+2\Omega_0)z}{2}+O(z^2)\right] \tag{2-68}$$

になる．一方，光源が遠ざかる速さ v は，平坦な宇宙では赤方偏移と

$$1+z=\left[\frac{1+v/c}{1-v/c}\right]^{1/2} \tag{2-69}$$

の関係がある．これより，$z \ll 1$ では，

$$\frac{v}{c}=\left[\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1}\right] \sim z \tag{2-70 a}$$

となり，式 (2-68) と比較すると

$$v \sim cz \sim H_0 r \tag{2-70 b}$$

と表されるから，後退速度が距離に比例するハッブルの法則が成立していることがわかる．

2-2-5　宇宙の地平線

宇宙が有限の年齢であるために，私たちが観測しうる範囲には限界がある．それを宇宙の地平線（ホライズン）と呼んでいる．時刻 t における宇宙の地平線は，その時刻までに観測者の位置Oに到着しうる光波面の半径で定義される．いいかえると，物理情報は光速度以上には伝播しえないから，宇宙の地平線内部のみが互いに物理的に関連し合うことができ，同じ物理状態になりうることを意味する．地平線を越えては情報は交換できず，まったく異なった物理状態であると考えるのが，むしろ普通である．このことが，後述する地平線問題を引き起こすことになる．

時刻 t までにOに到達しうる光波面の半径を

$$r_{\mathrm{H}}(t)=a(t)\chi_{\mathrm{H}}(t) \tag{2-71}$$

と書き，その共動距離 $\chi_{\mathrm{H}}(t)$ は

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\int_0^t \frac{cdt}{a(t)}=\int_0^a \frac{cda}{a^2H}=\int_z^\infty \frac{cdz}{H(z)} \tag{2-72}$$

と表すことができる．この式より，$a\to 0$ で $aH\to\infty$ となるなら a^2H が有限となり，$a\to 0$ の宇宙誕生時に遡っても χ_{H} は有限の大きさとなることがわかる．これは，粒子的地平線と呼ばれる．

(a)　フリードマン宇宙

式 (2-61) より，$a\to 0(z\to\infty)$ で $aH\to\infty$ となるから有限の地平線が存在することになる．この地平線の大きさは，$K=0$ の場合，次のように求められる．

(1)　放射が卓越する場合

式 (2-41 c) にあるように，宇宙の膨張則は $a\propto t^{1/2}$ だから，地平線の大きさは

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\frac{2ct}{a},\quad r_{\mathrm{H}}(t)=2ct \tag{2-73 a}$$

である．

(2)　物質が卓越する場合

宇宙の膨張則は式 (2-41 d) にあるように $a\propto t^{2/3}$ だから，地平線の大きさは

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\frac{3ct}{a},\quad r_{\mathrm{H}}(t)=3ct \tag{2-73 b}$$

である．

一般に，宇宙の膨張則が時間のベキ関数，$a\propto t^{n}\,(n<1)$ の場合，地平線の大きさは

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\frac{ct}{(1-n)\,a}\propto t^{(1-n)},\ r_{\mathrm{H}}(t)=\frac{ct}{1-n} \tag{2-73 c}$$

であり，固有座標では ct に比例して増大する．互いに関連しあえる宇宙の領域は時間に比例して増大している．

(b)　ドジッター宇宙

$\Lambda>0$ で，$\Omega=0$ のドジッター宇宙を考えよう．$K=0$ の場合，宇宙の膨張則は式 (2-35) のような指数関数で表される．このような膨張則では $t\to 0$ で $a(0)=0$ を含まないから，宇宙の地平線の定義を変えねばならない．そこで，今後無限大の時間が経っても，ある限界面より遠くからは光がやってくることができないような球面

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\int_{t}^{\infty}\frac{cdt}{a(t)} \tag{2-74 a}$$

を宇宙の地平線と定義する．これは，事象的地平線と呼ばれる．$a(t)=a(t_i)\exp[\alpha H_0(t-t_i)]$ とすると，地平線の大きさは

$$\chi_{\mathrm{H}}(t)=\frac{c}{\alpha H_0 a(t)} \tag{2-74 b}$$

となるから，固有座標では

$$r_{\mathrm{H}}(t)=a(t)\,\chi_{\mathrm{H}}(t)=\frac{c}{\alpha H_0}=\text{一定} \tag{2-74 c}$$

と表される．ドジッター宇宙では，宇宙のスケールファクターは時間の指数

関数で急膨張するのに対し，宇宙の地平線は一定なままなのである．

(c)　2つの地平線と地平線問題

上の式 (2-72) で定義された地平線を「粒子的地平線 (particle horizon)」と呼び，式 (2-74 a) を「事象的地平線 (event horizon)」と呼ぶ．図 2-6 に示しているように，観測者Oに対し，時空の過去からの情報が伝播しうる範囲が粒子的地平線であり，無限の時間後までに情報が伝播しうる範囲が事象的地平線で，2つの地平線の意味が異なっている．そこで，以下では単純に，各時刻の膨張時間の間に光速 c で情報が伝播しうる範囲

$$r_{\mathrm{H}}=\frac{c}{H} \tag{2-75}$$

を固有座標における地平線と定義しよう．共動座標では，$\chi_{\mathrm{H}}=r_{\mathrm{H}}/a$ である．このように定義しておくと，フリードマン宇宙では $r_{\mathrm{H}}=ct$，ドジッター宇宙では $r_{\mathrm{H}}=$一定，という上の性質は同じになり，共通の地平線で議論できる．

ここで，“地平線問題”を説明しておこう．共動座標で χ_1，χ_2，χ_3，…… と印をつけた位置は，固有座標で $r_1=a(t)\chi_1$，$r_2=a(t)\chi_2$，$r_3=a(t)\chi_3$，……と表される．まず図 2-7 に示したフリードマン宇宙の場合で，物質卓越の時代だとすると，各々の固有座標 r_i は時間について $t^{2/3}$ に比例して増大するのに対し，宇宙の地平線の大きさは固有座標で $r_{\mathrm{H}}\propto t$ で増大する．つまり，時間が経つにつれ，共動座標でより大きな領域が地平線内に入ってくる．このことから，たとえば，現在地平線に入りつつある領域は，それまで地平線の外にあって物理的にまったく無関係であった領域であり，本来私たちの宇宙と同じ状態である必然性はないはずである．しかし，観測によれば宇宙はどの方向を見ても大局的には同じ姿をしている．物理的な情報が送られていない領域なのに，なぜ宇宙はこんなにも一様であるのか，それが“地平線問題”と呼ばれている難題である．

たとえば，宇宙に一様に分布する宇宙背景放射が観測されているが，これ

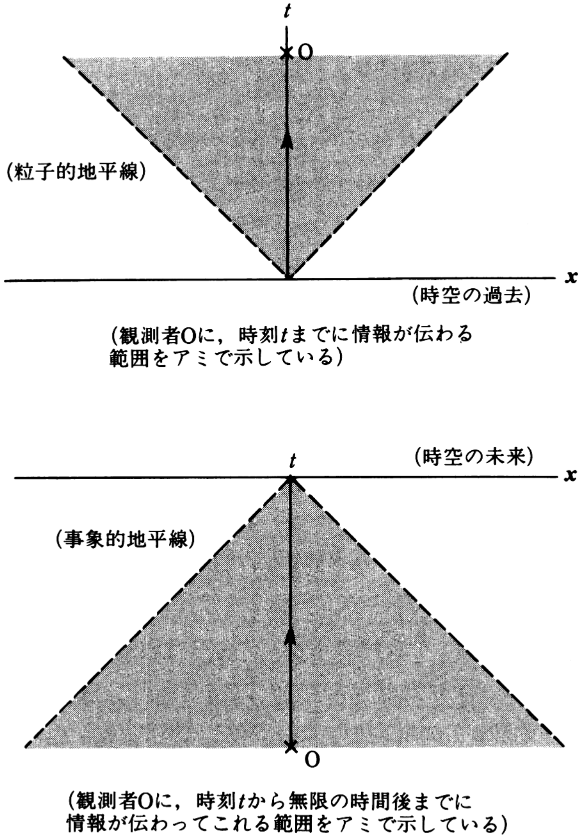


図 2-6　粒子的地平線と事象的地平線

は第5章で述べるように，ビッグバン宇宙の約30万年のころに自由になった熱放射である．この熱放射の強度は，10万分の1の精度で一様であることが観測によって確かめられている．これが地平線問題の典型的な例である．それを説明しておこう．宇宙の時刻が $t_d=30$ 万年のころの宇宙の地平線の大きさを固有座標で $r_{H,d}$ としよう．その共動座標は，

$$\chi_{H,d}=\frac{r_{H,d}}{a(t_d)} \tag{2-76 a}$$

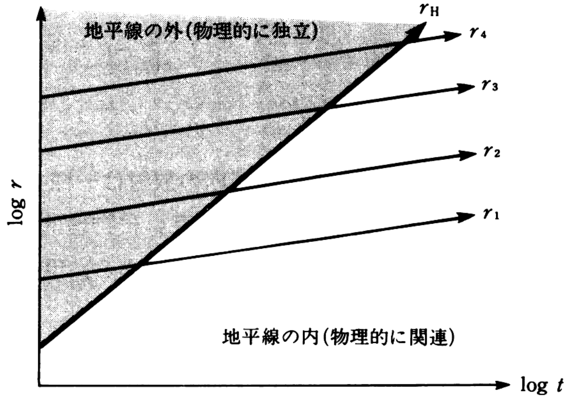


図 2-7 フリードマン宇宙における地平線問題(太線が地平線)

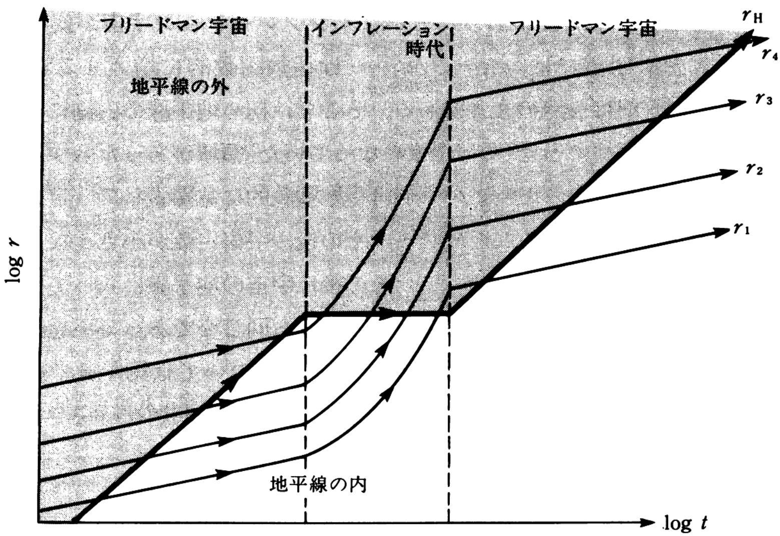


図 2-8 インフレーション宇宙がはさまっていた場合の地平線問題(太線が地平線)

である．その後，宇宙膨張に従ってこの領域は膨張し，現在

$$r_{\mathrm{H,d,0}}=a(t_0)\chi_{\mathrm{H,d}}(t_\mathrm{d})=r_{\mathrm{H,d}}\frac{a_0}{a(t_\mathrm{d})}$$
$$=ct_\mathrm{d}\left(\frac{t_0}{t_\mathrm{d}}\right)^{2/3} \qquad \text{(2-76 b)}$$

の大きさになっている．つまり，この領域内の放射は一様であってもよいが，これを越える領域では，30万年のころは互いに物理的に独立だから，放射の強度や温度が異なっていても構わないはずである．現在の宇宙の地平線の大きさは $r_{\mathrm{H,0}}=ct_0$ だから，この領域は角度にして

$$\Theta=\frac{r_{\mathrm{H,d,0}}}{r_{\mathrm{H,0}}}\sim\left(\frac{t_\mathrm{d}}{t_0}\right)^{1/3}\sim\frac{1}{30}\text{ ラジアン}\sim 2\text{ 度} \qquad \text{(2-76 c)}$$

でしかない．なぜ，宇宙背景放射は，これを越える角度でも，かくも一様な強さなのだろうか．

その解答として，図2-8に示した宇宙初期にドジッター宇宙のような指数関数的な膨張をする時代があったというインフレーション宇宙が提案された．ドジッター宇宙では，r_1，r_2，r_3，……は指数関数的に増大するのに対し，宇宙の地平線は一定のままである．そこで，初め地平線の内側にあって物理的に同じ状態にあった(同じ温度になっていた)領域があったとする．インフレーションが起こると，この領域は指数関数的に急膨張して一定の大きさである地平線の外に出ることになる．その後，宇宙定数が小さくなってフリードマン宇宙に転化したとすると，その後に宇宙の地平線に入ってくる領域はすでに過去に同じ物理状態であったのだから同じ姿であって不思議はない，というわけである．インフレーション宇宙については第5章で述べるが，実際このような可能性が宇宙初期に存在し，地平線問題を解決できることが示されたのである．

第3章

宇宙パラメターの観測

アインシュタイン方程式から出発すると，宇宙の運動や運命を決定しているのは2つの初期条件（現在値でもよい）とΛの値である．そこで，前章で定義した宇宙のパラメター値を観測によって決定すれば，宇宙の年齢や運命を知ることができる．本章では，宇宙の構造を無視して一様な宇宙とした場合のパラメターの決定法を述べる．宇宙の広い領域を観測し，その平均値が一様な宇宙を代表すると考えるのである．詳細な観測は近傍に限られているから，パラメターの現在値を測定していると考えてよい．実際には，宇宙には銀河が分布しており非一様だから，パラメターは場所ごとに異なっている．その一様性からのずれを利用した宇宙パラメターの推定法や宇宙構造の研究については次章で述べる．

3-1　ハッブル定数

宇宙パラメターの中で最も重要な量がハッブル定数（H_0）である．時間やサイズの基本的な単位となっているためである．ハッブル定数の決定の方法は，現在3種類ほど提案されている．それらを紹介しよう．

3-1-1　ハッブルの法則を利用する方法

最も歴史があり，原理も簡単な方法が，ハッブルの法則を利用することである．近傍の銀河の固有距離rと後退速度vを独立して観測し，その比例

係数

$$H_0=\frac{v}{r} \tag{3-1}$$

を求めればよい．私たちの近傍（$z \ll 1$）は平坦な宇宙であるとしてよく，式(2-70 a)から，後退速度 v は赤方偏移 z に比例する．したがって，遠方の銀河の分光（スペクトル）観測により，特徴的な輝線の波長がどれくらい実験室での波長からずれているかを測定すれば，後退速度が決定できる．

問題は銀河までの距離の測定である．一般に，天文学において天体の距離決定が最も困難で，最も不確定度が高い．結局，ハッブル定数の決定とは遠方の銀河の距離の決定と同じことだといえる．天体の距離決定には，近傍の星の観測から得られた情報をもとに経験則をつくり，それを足場にしてより遠方の星までの距離を決定するという方法を繰り返す．ちょうど，梯子の段を一歩一歩昇るのと似ているので，距離決定の梯子と呼ばれている．それを順に昇っていくことにしよう．

(a)　第1段：星の年周視差を測る

私たちが目で見て対象の距離がおおよそわかるのは，2つの目で同一物を見たときの角度の差（視差という）を測っているからである．2つの目の間隔はわかっているから距離が推定できる．この視差を利用する方法では，2つの目に対応する2点間の距離が，より大きいほど，より遠方まで距離が測定できる．私たちが取りうる最も距離が大きい2点として，地球が太陽のまわりを公転していることを利用する．冬と夏，春と秋のように，半年ずれて同じ星を見たときの見える方向の角度差を測定するのである．この方法は，まず地球が太陽のまわりを運動しているとする地動説の直接の証明として考え出されたが，その角度が小さい（1秒角のオーダー）のでなかなか検出できなかった．実際に，星の視差が検出できたのは1838年のことで，この時点ではニュートンの万有引力と運動の法則によって惑星運動は過不足なく証明されており，地動説はすでに十分受け入れられていた．

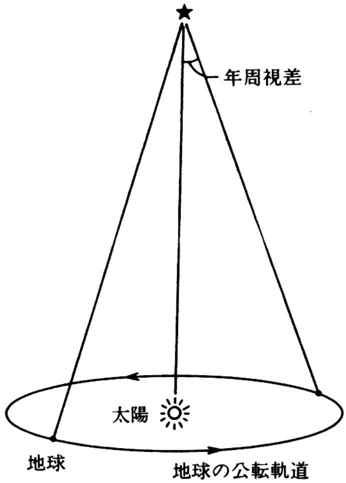


図 3-1 年周視差

現在，天文学の距離の単位として，太陽と地球の間の平均距離である

$$1\,\mathrm{AU}\ (\text{天文単位}) = 1.46\times10^{11}\,\mathrm{m} \tag{3-2}$$

離れた 2 点から見て，角度が 1 秒となる距離

$$1\,\mathrm{pc}\ (\text{パーセク}) = 3.09\times10^{16}\,\mathrm{m} = 3.26\,\text{光年} \tag{3-3}$$

を採用しているのは，このような歴史的経過があるためである．現在，人工衛星（ヒッパルコス衛星）を使って大気外からの高い精度の星の位置観測から，300 pc までの距離測定が可能になっている．この方法は，幾何学による直接的な距離測定法なので信頼度が高い．しかし，300 pc を越えると年周視差は検出できなくなり，この方法は使えない．

この方法で距離 r が決まると，星の見かけの明るさ l（単位面積，単位時間あたりに到着する放射エネルギー）から，その星の絶対光度 L（単位時間あたりの放射エネルギー）を

$$L = 4\pi r^2 l \exp(\tau) \tag{3-4}$$

として求めることができる．ここに τ は，星の光が途中の空間で吸収される量を表すもので，

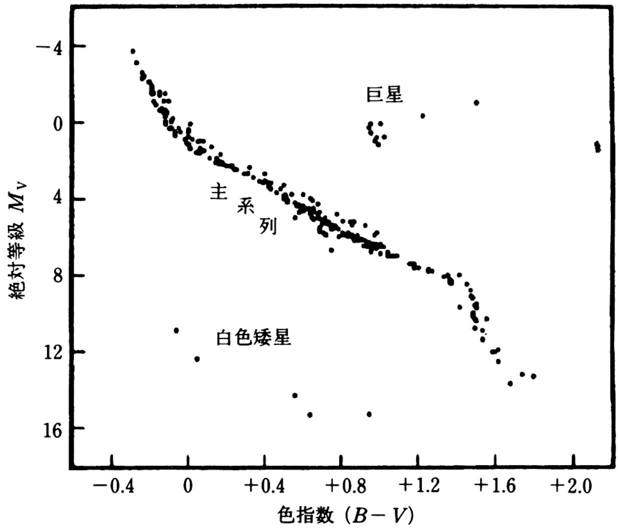


図 3-2　いくつかの星団の HR 図 (H.L. Johnson and W.W. Morgan, 1963：*Astrophys*. *J*., **117**, 338 より)

$$\tau=\iint drd\nu\sigma(\nu)\,n \tag{3-5}$$

で定義されている．$\sigma(\nu)$ は振動数 ν での吸収断面積，n は吸収に効く粒子の数密度で，積分は星の位置から地球までの光路に沿って行う．τ は光学的深さ (optical depth) と呼ばれているが，これを正確に見積もるのは困難で，第1ステップとしては $\tau=0$ とする．宇宙論的な距離になると，この吸収の効果が無視できず，距離の推定に最大2倍の差異が生じることにもなる．

一方，星の色は表面温度 T_s を反映していることがわかっており，絶対光度と星の色（あるいは表面温度 T_s）の2つの観測量で星を分類する試みがなされた．1915年ごろ，ヘルツシュプルング (E. Hertzsprung) とラッセル (H. Russel) は独立して，Lと星の色指数の面上で，星は大まかに3系列に分類されることを明らかにした．そのため，Lと星の色指数の面上で星を分類した図を彼らの名前をとって HR 図と呼んでいる．この HR 図上で，90%の星は中央の太い帯の上に並ぶので主系列と呼ばれた．他の2系列は，赤

い星（表面温度が低い）で半径が巨大な星である赤色巨星と，白っぽく（表面温度が高い）半径が小さい白色矮星の系列である．当時は，星のエネルギー源が何かまだわかっておらず，なぜこのような3系列に分類できるのかはわからないまま，経験則として知られるようになった．後に，主系列星は中心で水素がヘリウムに変わる熱核融合反応によってエネルギー放出が起こっていることがわかり，ほとんどの星が主系列上にあるのは，この反応が最も長く続くからであると説明された．このような，まだ物理的理由は明らかではないが，非常に精度よく成立することがわかっている経験則は，科学の発見において重要な役割を果たしてきたことはよく知られている．代表的な例が，惑星の運動に関するケプラーの3法則だろう．

星の距離測定に利用するのは主系列星で太陽もその仲間である．主系列上にある星は，星の表面温度（あるいは色指数）と絶対光度の間に一意的な関係が成立している．それを関数形で

$$L=L\,(T_{\mathrm{s}}) \tag{3-6}$$

と書いておこう．この関係は，視差によって距離が測れないような遠方にある星も同じように満たしていると仮定する．これによって，梯子の第2段に昇ることができる．

(b) 第2段：HR 図を利用する

距離が 300 pc 以上の星では年周視差は検出できないが，星の表面温度 T_{s} と見かけの明るさ l を測ることはできる．そこで式 (3-6) の関係を利用して表面温度から絶対光度 L を求め，式 (3-4) に，この L と見かけの明るさ l を代入すれば，距離は

$$r=\left[\frac{L\exp\,(-\tau)}{4\pi l}\right]^{1/2} \tag{3-7}$$

と計算することができる．やはり，第1段階では $\tau=0$ とする．

実は，HR 図を利用する方法は，1 kpc くらいまでしか使えず，誤差も大きいので，現在はあまり使われていない．しかし，歴史的に次の梯子の段を

昇る上で重要な役割を果たしたのである．HR図を利用する方法の難点は，星の光が私たちに到着するまでに星間空間で吸収されたり散乱されたりすることにある．これにより，見かけの明るさが変わる問題もあるが，星の色が変わってしまうことにもっと深刻な影響がある．表面が黄色の太陽も夕日や朝日が赤く見えるのは，地球大気中に存在する塵によって太陽の光の短波長成分から散乱されてしまい波長の長い赤い光しか到達しないためである．このような散乱効果によって星は赤く見える(赤化)から，見かけ上低い温度として測定され，絶対光度を小さく見積もってしまうことになる．この赤化量も正確に推定することが困難なので，HR図を利用する信頼度に影響するのである．

しかし，HR図を利用すると，1 kpcまでの星の距離測定がなんとか可能になる．ここまで遠くになると多数の変光星も含まれるようになり，距離と見かけの明るさからそれらの絶対光度 L を推定することができる．変光星には，変光の時間変化や星のタイプによってさまざまな種類があるが，種類を限ると絶対光度 L と変光の周期 p の間に簡単な関係が成立することがわかってきた．これもまず経験則として発見されたのである．後に，星の表面振動の理論が研究され，物理的な説明が可能になった．この周期 p と絶対光度 L の関係を

$$L = L(p) \tag{3-8}$$

と書いておこう．有名なのがセファイド (Cepheid) 型変光星で，まずケフェウス (Cepheus) 座デルタ星で発見されたのでこの名がつけられている．このタイプの変光星は，非常に規則正しく変光し(周期が正確に決定できる)，周期が1日から100日まで幅広く存在し，変光の振幅も大きい．また，式 (3-8) の関係として

$$L = L_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0.9} \tag{3-9}$$

が精度よく成立しており，周期の長い星は非常に明るいので，遠くの銀河まで観測できるという利点がある．遙か銀河系を越えて距離測定が可能になったのである．セファイド型変光星の発見が，現代宇宙論を切り拓いたといっ

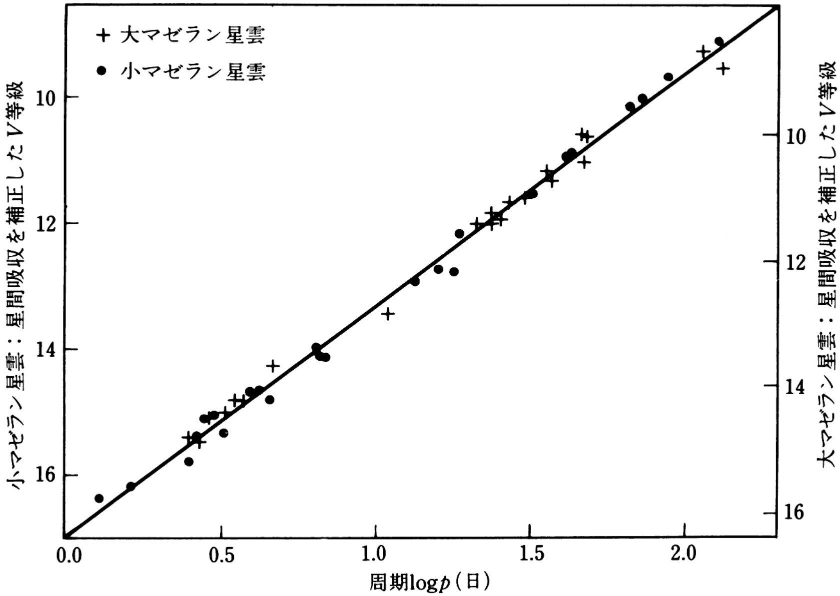


図 3-3　セファイド型変光星の光度 - 周期関係 (S. van den Bergh, 1975 : *Galaxies and the Universe*, p.512, Univ. Chicago Press より)

ても過言ではない．いま，式 (3-9) の関係は普遍的であると仮定する．これにより梯子の第 3 段に昇ることができる．

(c)　第 3 段：変光星を利用する

遠方の銀河にセファイド型変光星を探し，その周期 p と見かけの明るさ l を測定する．式 (3-9) の関係から絶対光度 L を求め，それと見かけの明るさ l を式 (3-7) に代入すれば距離 r が決定できる．途中の吸収 τ の不確定度をどう見積もるかが問題であるが．

現在では，人工衛星に搭載した光学望遠鏡 (ハッブル宇宙望遠鏡，Hubble Space Telescope) によって，20 Mpc 彼方の銀河までセファイドを 1 つ 1 つ分離して観測できるようになっている．この方法で，ハッブルは，まずアン

ドロメダ星雲が銀河系の端から遥か遠くにある巨大な銀河であることを明らかにし（1924年）銀河宇宙像を確立した．続いて，赤方偏移の観測も併せて行ってハッブルの法則 $v=H_0r$ を発見し（1929年），宇宙が膨張していることを証明したのだった．ハッブルが見積もったハッブル定数の値は

$$H_0\,(\mathrm{Hubble})=526\ \ (\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}) \tag{3-10}$$

であった．実は，この値があまりに大きすぎたために，初め宇宙膨張の主張は疑われたのである．

第2章で述べたように，宇宙の年齢はハッブル定数に逆比例する．その比例係数は宇宙モデルに依存するが，オーダーとしては $t_0 \sim H_0^{-1}$ である．上のハッブルが求めた値を使うと，t_0 (Hubble)～20億年になってしまう．ところが，当時すでに，放射性同位元素を用いて地球の岩石の年齢が測られており，最も古いもので30億年という結論が得られていた．地球より宇宙の年齢の方が若いという矛盾が生じたのである．その矛盾の原因は式 (3-9) の関係にあった．同じ周期 p でも，絶対光度が高いセファイドと，その4分の1しかないセファイドの2種類があったのである．ハッブルは，絶対光度の低いセファイドについての周期 - 絶対光度関係を使っていたのだが，他の銀河で観測していたセファイドは絶対光度の高いものだった．同じ見かけの明るさ l なら，その分だけ距離 r が2倍遠くなるから，同じ後退速度 v を与えるハッブル定数は2分の1小さくなる．そのことがわかったのは，1952年のことである．さらに，吸収の効果や変光星の理論が整備されるにつれ，距離測定の精度があがり，ハッブル定数の値は時代とともに変化してきた．現在，ハッブル定数の値は

$$H_0=50\sim100\ \ (\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}) \tag{3-11}$$

の範囲に収束してきた．この不確定度を表すために，通常私たちは

$$H_0=100\,h\ \ (\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}) \tag{3-12}$$

と書いて，h の値を適宜選択することにしている．

最近，ハッブル宇宙望遠鏡によって，距離が5～17 Mpcにあるおとめ座銀河団中の銀河数個のセファイドの観測が行われ，1997年現在で，ハッブ

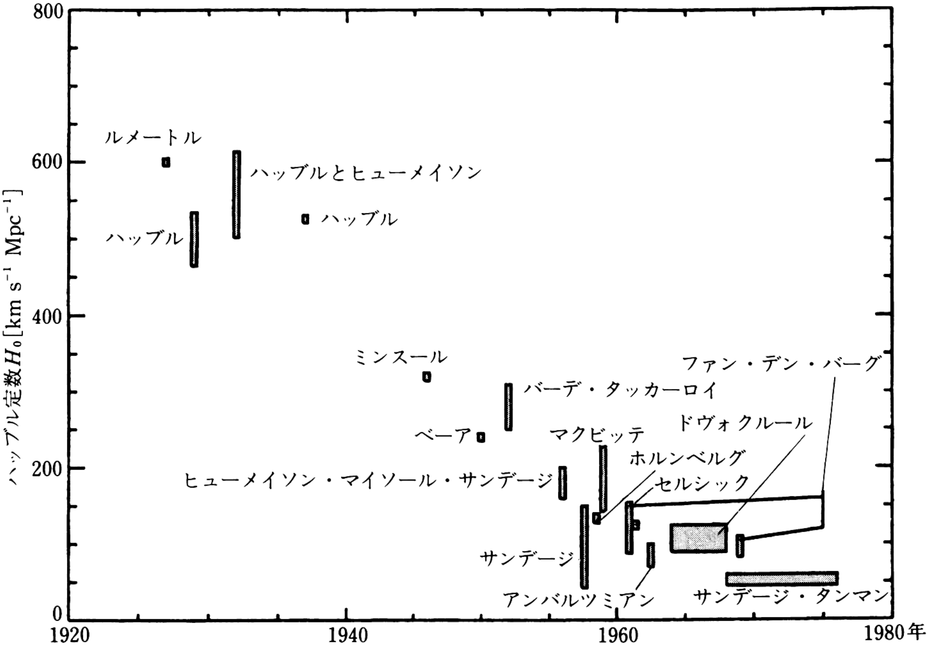


図 3-4 ハッブル定数の歴史的変遷（V. Trimble, 1996：*Pub. Astron. Soc. Pacific.*, **108**, 1068 より）

ル定数は

$$H_0=75\pm8\ (\mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}) \tag{3-13}$$

と見積もられている．$h=0.75$ ということになる．実は，このハッブル定数の値は宇宙論の危機をもたらした，との深刻な議論がされている．第5章で述べるように，インフレーション宇宙を採用するなら，宇宙は平坦（$k_0=0$）である．宇宙定数がゼロのフリードマン宇宙モデルだと，現在の宇宙年齢は

$$t_0=\frac{2}{3}H_0^{-1}=80\sim100\ (\text{億年}) \tag{3-14}$$

の範囲になる．ところが，3-4 節に述べるように，銀河系に存在する最も古い球状星団の年齢は，短く見積もっても 120 億年以上と予想されており，銀

河系より宇宙の方が年齢が若い，というハッブルが遭遇したのと似た矛盾が生じているのである．さて，解決の道はどこにあるのだろうか．それらを列挙しておこう．

(1) 式（2-65）に示したように，平坦な宇宙でも宇宙定数がプラスなら宇宙年齢を長くすることができる．

(2) 宇宙は平坦ではなく，開いた宇宙（$k_0<0$）である．この場合，宇宙定数がゼロでも宇宙年齢を長くすることができる．

(3) 球状星団の年齢の決定法に問題があり，実際はもっと短い．さらに，銀河の距離測定にまだ問題がある．

(4) セファイドを使って決定したハッブル定数は，たかだか 20 Mpc 内で決めた値だから局所値であり，より広い領域で測定するともっと小さくなり，宇宙年齢はもっと長い．

さて，セファイドを利用した距離測定法は 20 Mpc が限界である．それより遠くなると，ハッブル宇宙望遠鏡を使っても，セファイド1個1個を分離して見かけの明るさが測定できなくなるからである．では，さらにもっと遠方の銀河の距離測定の方法はあるのだろうか．セファイドが利用できる 20 Mpc の距離には多数の銀河が存在するから，そこに梯子の第2段，第3段を昇るときに利用できたような何らかの経験則があれば，それを利用してさらに第4段目へ梯子を昇ることができるだろう．その1つは，タイプ Ia 型と呼ばれる超新星を利用する方法であり，もう1つは，各銀河がもつ特徴的な速度を利用する方法である．

（d）　第4段：超新星と銀河の速度を利用する

超新星には，水素原子からの輝線を放射しているタイプII型とそれがないタイプI型がある．前者は質量の大きい星の爆発，後者は質量が小さく古い星の爆発と考えられている．さらに，タイプI型には，白色矮星へのガスの降り積もりによって爆発した Ia 型，連星になっていて外層部を失った比較的質量の大きい星が爆発した Ib，Ic 型がある．タイプ Ia 型は，爆発後，指

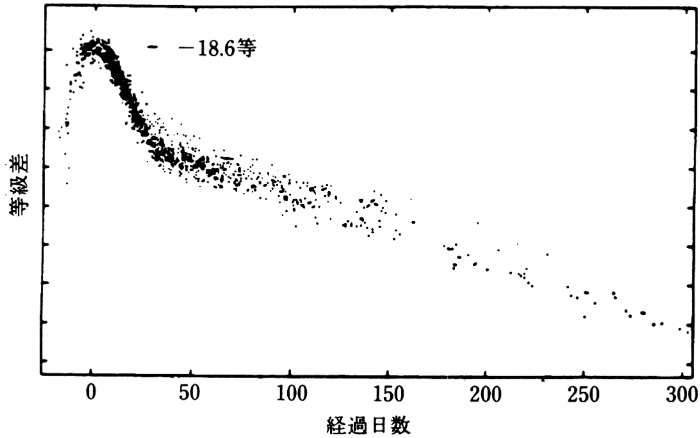


図 3-5 タイプIa型超新星の光度曲線（L.K. Lang and O. Girgerich, 1979：*A Source Book in Astronomy and Astrophysics,* p.480, Harvard Unirersity Press より）

数関数的に明るさが減少していく超新星で，爆発時の核反応で形成された ^{56}Ni の ^{56}Co への，さらに ^{56}Co の ^{56}Fe への放射性崩壊でエネルギー供給が行われている．この指数関数的な光度変化が経験則として利用できる．つまり，セファイドを使って距離が決定された銀河にタイプ Ia 型の超新星が生じたとき，その絶対光度の時間変化

$$L=L\ (t_e) \tag{3-15}$$

がわかる．t_e は爆発後の経過時間である．この関係が普遍的に成立しているとするのである．

そこで，20 Mpc を越える銀河で生じたタイプ Ia 型超新星の爆発後の経過時間 t_e と見かけの明るさ l の変化を測定していけば，その銀河までの距離を決定することができる．超新星の明るさは銀河 1 個並みの明るさになるので，この方法で 200 Mpc の銀河まで距離が測定できる．しかし，超新星には個性があり，出現数が少なく，超新星が生じない限りどの銀河にも適用できるわけではない．また，20 Mpc 内の銀河で，セファイドと超新星の 2 つの方法で決定した距離が必ずしも一致していない問題もある．

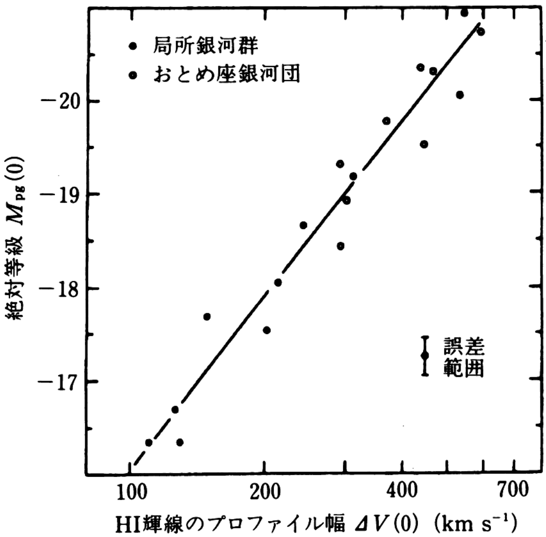


図 3-6　円盤型銀河のタリー－フィッシャー関係（R.B.Tully and J.R. Fisher, 1977：*Astron. Astrophys.*, **54** より）

もう1つは，銀河そのものの観測によって距離を決定する方法で，やはり200 Mpc まで適用することができる．セファイドを使って距離が決定された銀河には，円盤型の銀河も楕円型の銀河もあり，その絶対光度 L がわかっている．円盤型銀河は回転しており，その回転速度 V_r を測定することができる．楕円型銀河は回転速度成分は小さく星はランダムな運動をしていて，その速度分散 σ を測定することができる．いずれも，電波や可視光の輝線のドップラー効果を利用する．銀河は，それぞれ特徴ある速度をもっているのである．その速度と絶対光度の間にある関係

$$L=L\,(V_r)\quad または\quad L=L\,(\sigma) \tag{3-16}$$

が成立していることがわかってきた．経験則が発見されたのである（現在まだ明確な説明がついていないので，なお経験則のままである）．

具体的には，回転する銀河には，タリー－フィッシャー（Tully-Fisher, TF）関係

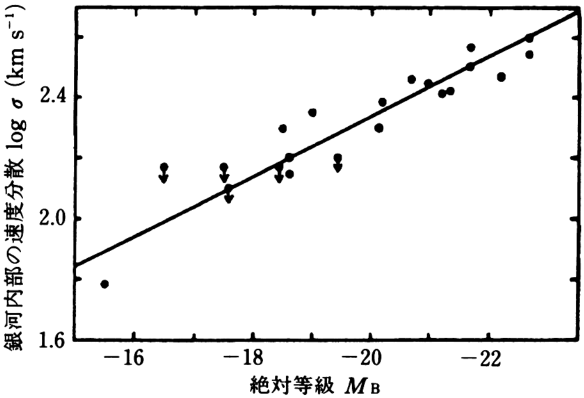


図 3-7 楕円型銀河のフェイバー - ジャクソン関係（S.M. Faber and R.E. Jackson, 1976：*Astrophys. J.*, **204** より）

$$L = L_* \left(\frac{V_r}{220\ \mathrm{km\ s^{-1}}} \right)^{4.5} \tag{3-17}$$

楕円型銀河には，フェイバー-ジャクソン（Faber-Jackson, FJ）関係

$$L = L_* \left(\frac{\sigma}{156\ \mathrm{km\ s^{-1}}} \right)^{4} \tag{3-18}$$

が発見されている．L_* は特徴的な銀河の光度で

$$L_* = 1.0 \times 10^{10} h^{-2} L_\odot \tag{3-19}$$

である．ここにハッブル定数の h が登場するのは，典型的な銀河までの距離をハッブルの法則を利用して決定し（$r = v/H_0$），見かけの明るさから式(3-4）を利用して絶対光度を求めるので，$L \propto h^{-2}$ となるのである．また，$L_\odot$ は太陽の光度で，$L_\odot = 3.9 \times 10^{26}\ \mathrm{J\ s^{-1}}$ である．

ただ，これらの関係は散らばりも大きく，その理論的な説明もついていないため，信頼性に欠けるきらいがある．しかし，特徴的な速度が測定できた銀河についてはこの関係が適用できるので，100 Mpc を越す広い領域にわたって，数多くの銀河の分布や運動を調べる研究にとって非常に有力な方法である．具体的な適用は，第 4 章で述べる．

3-1-2　重力レンズを利用する方法

ハッブルの法則を利用する以外のハッブル定数の決定法が提案され，観測精度が上がるにつれ，最近になって信頼度の高い結果が得られるようになってきた．但し，まだ観測例が少ないので，それが一般性をもつ結果なのか，特殊例なのかわからないという問題がある．しかし，ハッブルの法則を利用する方法に比べずっと遠方の，1000 Mpc 彼方のハッブル定数を推定することができる．いわば，宇宙の大局的なハッブル定数の値がわかるのである．これと局所値を比較すれば，宇宙の構造によってハッブル定数が空間的にどのような変化をしているかが明らかになるだろう．むろん，そのような研究が可能になるには，まだまだ時間がかかるが，今後ますます重要になるのは確かだから，ここに紹介しておきたい．

重力レンズ効果は一般相対性理論によって予言され，実際 1918 年の日食時に，太陽によって星の光が屈折されている効果が測定された．以来，宇宙を舞台にした銀河による重力レンズ効果が予言されたが，1979 年まで具体的な証拠が発見できなかった．この間，オランダのレフスダール（S. Refsdal）は，重力レンズ効果を詳しく計算し，ハッブル定数を決定するのに重力レンズが利用できることを示していた．ここでは詳細を省いて，本質的な部分のみをまとめる．

質量 M の天体があり，そこからインパクトパラメター（最短距離）R を通過する光は，角度

$$\Theta = 4\frac{GM}{Rc^2} \tag{3-20}$$

だけ屈折される．重力半径（ブラックホールになる半径）は

$$R_{\mathrm{g}} = 2\frac{GM}{c^2} \tag{3-21}$$

と定義されるから，$\Theta = 2R_{\mathrm{g}}/R$ である．図 3-8 にあるように，光源 S から観測者 O まで，真っ直ぐに進んできた光線と，レンズ天体で屈折された光線を考え，その光路差を求めよう．真っ直ぐに来た光線の光路は

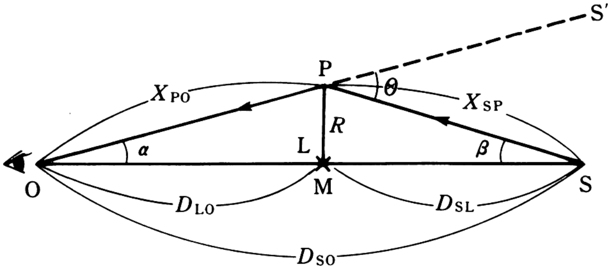


図 3-8 重力レンズ効果の模式図

$$D_{SO}=D_{SL}+D_{LO} \tag{3-22}$$

である．一方，屈折された光線の光路は

$$D'_{SO}=X_{SP}+X_{PO} \tag{3-23}$$

である．図 3-8 より

$$D_{SL}=X_{SP}\cos\beta\sim X_{SP}\left(1-\frac{\beta^2}{2}\right) \tag{3-24}$$

$$D_{LO}=X_{PO}\cos\alpha\sim X_{PO}\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right) \tag{3-25}$$

だから，光路差は

$$\varDelta D=D'_{SO}-D_{SO}\sim D_{SL}\frac{\beta^2}{2}+D_{LO}\frac{\alpha^2}{2} \tag{3-26}$$

になる．この大きさは

$$D_{SL}\beta\sim D_{LO}\,\alpha\sim R,\quad \alpha+\beta=\Theta \tag{3-27}$$

という幾何学的関係と式 (3-22) を利用すると，

$$\varDelta D\sim R\,\frac{(\alpha+\beta)}{2}=\frac{R\Theta}{2}=R_g \tag{3-28}$$

という簡単な関係が得られる．つまり，光路差は，レンズ天体の重力半径のオーダーであることがわかる．したがって，同時に光源を出た光でも，屈折した光と直進した光の間に到着時間の差

$$\varDelta t=\frac{\varDelta D}{c} \tag{3-29}$$

が生じる．実際，宇宙スケールの重力レンズ効果が発見されたのは，数秒角離れて似た姿の2個のクェーサー像が知られており，その2つの像を長くモニターしているうちに，1つの像が変光した後，決まった周期で必ずもう1つの像が変光することに気づいたのがきっかけだった．

一方，

$$D_{SL}\Theta \sim (D_{SL}+D_{LO})\alpha = D_{SO}\alpha \tag{3-30}$$

$$\beta = \Theta - \alpha \sim \Theta - \frac{D_{SL}\Theta}{D_{SO}} = \Theta\,\frac{D_{LO}}{D_{SO}} \tag{3-31}$$

の関係を式（3-26）に代入すると，光路差について

$$\varDelta D \sim \Theta^2 D_{SL}\,\frac{D_{LO}}{2D_{SO}} \tag{3-32}$$

という表示が得られる．近傍で重力レンズ効果が生じているとすると，ハッブルの法則から

$$D_{SO} = \frac{cz_S}{H_0},\quad D_{LO} = \frac{cz_l}{H_0} \tag{3-33}$$

である．これを式（3-32）に代入すると，時間差は

$$\varDelta t = \frac{\varDelta D}{c} \sim \Theta^2 z_l\,\frac{z_S - z_l}{2H_0 z_S} \tag{3-34}$$

と表すことができる．したがって，光源の赤方偏移 z_S，レンズ天体の赤方偏移 z_l，屈折角 Θ が測定できている重力レンズについて，複数の像の時間差 $\varDelta t$ が測れれば，ハッブル定数が決定できることがわかる．以上は，最も単純な場合の表式だが，一般に

$$H_0\varDelta t = \Theta^2 f(z_S, z_l, \Omega_0, \lambda_0) \tag{3-35}$$

のように密度パラメターや宇宙定数の関数になっていて，ハッブル定数への依存性が最も強いので，よいサンプルさえあればハッブル定数を精度よく決定することができる．

最近の報告によれば，15年以上にわたってモニターされている重力レンズについて時間差が正確に決まり，ハッブル定数について

$$H_{0,GL} = 63 \pm 13\ \ (\mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}) \tag{3-36}$$

が報告されている．さらに，4つの重力レンズ像が見えるアインシュタイン・クロスについて，2組のペアについて時間差が測定されており，重力レンズモデルを確定すれば，ハッブル定数についての情報を得ることができると期待されている．

重力レンズの興味ある事柄は，屈折角が $\Theta \sim 1$ 秒角 $\sim 5\times10^{-6}$ ラジアン程度であり，Θ^2 は 10^{-10} のオーダーである．これほど小さな現象であるにもかかわらず検出することができるのは，H_0^{-1} が 10^{10} 年であるために時間差が $\Delta t \sim 1$ 年になり，人間の時間スケールによく一致しているからである．このことは，銀河や銀河団がレンズ天体として働くとき，その重力半径 R_g が $10^{14}\sim10^{16}$ m となり，式（3-29）から，時間差が1年のオーダーとなることからもわかる．

3-1-3 スニアエフ・ゼルドヴィッチ効果を利用する方法

もう1つのハッブル定数の決定法は，X線と電波による銀河団の観測を組み合わせたもので，観測技術の発展があればこその新しい方法である．巨大な銀河団の中心部分には，数百 kpc に広がる高温プラズマが分布しており銀河団内ガスと呼ばれている．このプラズマによって，2つの物理過程が生じている．1つは，高温プラズマの温度が $10^7\sim10^8$ K であり，その熱的制動放射によって強いX線が放出されていること．もう1つは，プラズマの電子と宇宙背景放射の光子が衝突しており，その結果，放射のレイリー-ジーンズ（Rayleigh - Jeans）部分の温度が下がって見えることである．後者が，スニアエフ・ゼルドヴィッチ（Sunyaev - Zeldovich, SZ）効果と呼ばれている．この2つの現象の組合せから，ハッブル定数を決めようという試みである．ここでは，その本質的な部分のみを紹介しよう．

熱的制動放射の放射率（単位，$\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-3}}$）は

$$\varepsilon_X = \varepsilon_0 n_e^2 T_e^{1/2} \tag{3-37}$$

と表される．ε_0 は基本定数で書かれる係数で，n_e，T_e は，それぞれプラズマ電子の個数密度と温度である．現在では，X線観測の空間分解能も上が

り，表面輝度（見かけの明るさで単位，$\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-2}}$）が測定できるようになっている．表面輝度は

$$S_x = \int \varepsilon_x dl \sim \varepsilon_0 n_e{}^2 T_e{}^{1/2} l_c \tag{3-38}$$

と表せる．積分はプラズマの奥行き分布について行うが，ここでは電子の温度・密度とも l_c のサイズで一定としている．

一方，SZ効果による宇宙背景放射の温度の減少は，波長が1～10 cmの電波による観測で検出されるが，それは

$$\begin{aligned}\Delta T_{SZ} &= -2T_r \sigma_T \int n_e \frac{kT_e}{m_e c^2} dl \\ &\sim -2T_r \sigma_T n_e \frac{kT_e}{m_e c^2} l_c \end{aligned} \tag{3-39}$$

と表現できる．ここに，T_r は宇宙背景放射の温度，σ_T はトムソン断面積，m_e は電子質量であり，積分はプラズマの奥行き分布について行うが，ここでも電子の温度・密度は l_c の領域で一定としている．

ここで，S_x は電子密度の2乗，ΔT_{SZ} は電子密度の1乗に比例することに着目し，2つの式からこれを消去すると

$$\frac{S_x}{(\Delta T_{SZ})^2} = \frac{\varepsilon_0 T_e{}^{1/2}}{(2T_r \sigma_T)^2} \left(\frac{m_e c^2}{kT_e}\right)^2 \left(\frac{1}{l_c}\right) \tag{3-40}$$

となる．左辺の2つの量は，それぞれX線・電波の観測で決まり，T_e はX線のスペクトルから決定されるから，式（3-40）の未知量はプラズマの奥行きサイズ l_c だけである．プラズマの奥行きサイズ l_c はわからないので，銀河団プラズマの横（視線に垂直）方向の広がり l_T と同じと仮定する．横方向の広がりの大きさは，銀河団までの距離 r に広がりの角度 θ を掛けたものだから，

$$l_c = l_T = r\theta = \frac{v\theta}{H_0} \tag{3-41}$$

と仮定するのである．ここに，距離についてはハッブルの法則を仮定している．これを式（3-40）に代入すれば，ハッブル定数がすべて観測量で決定で

きることがわかる．実際の計算ではプラズマの温度や密度分布を考慮する必要があるし，式 (3-40) の観測も銀河団の中心方向から外の方への変化が検出されているので，もっと複雑な表示になるが，ここでは原理だけを述べた．

S - Z 効果によって得られているハッブル定数は

$$H_{0,\mathrm{SZ}}=60\pm 13\ \ (\mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}) \tag{3-42}$$

と得られているが，問題は $l_c=l_T$ の仮定である．銀河団内ガスの分布は球対称ではないものが多く，この差がどれほどあるかがそのままハッブル定数の不確定度になってしまうので，多数の銀河団サンプルの観測が必要である．

3-2　宇宙の曲率

私たちが銀河を通じて観測している宇宙は，物質が卓越している時代であり ($\Omega_{r,0}\ll\Omega_{m,0}$)，内部エネルギー (圧力項) は静止エネルギーに比べて無視できる．また，ここでは宇宙定数を無視してフリードマン宇宙に限ることにする．まだ q_0 の観測的決定には誤差が多いので，宇宙定数を含めた細かな議論をしても意味がないからである．この場合，式 (2-15)，(2-18) から，

$$2q_0=\Omega_0=k_0+1 \tag{3-43}$$

という関係が成立し，q_0 を測定することは密度パラメター Ω_0 を決定することと等価であり，また k_0 の値 (符号)，つまり空間の曲率を決めることに対応する．

では，空間の曲率 (q_0, Ω_0, k_0) は，どのようにして測ることができるのだろうか．たとえば，この地球の表面は 2 次元の閉じた球面である．局所的に調べていてはほとんど平坦だが，遠くまで調べると球面になっていることが検出できる．その検出法は，ある一定値の物理量を遠ざけていったとき，それがどのように観測されるかを調べることである．宇宙は 3 次元空間で，かつ膨張しているから実際の計算は複雑だが，原理的な方法は，ある決まった物理量をもつ銀河を遠ざけていったとき，その物理量がどのように観測されるかを計算し，平坦なユークリッド空間に比べ，空間が狭くなっているか

表 3-1　次元と空間の曲率を測る方法

次元	仮定	測る量
1次元	サイズ D＝一定	$\theta(z)=\frac{D}{r}$ (視角)
2次元	明るさ L＝一定	$l(z)=\frac{L}{4\pi r^2}$ (見かけの明るさ)
3次元	個数密度 n_L＝一定	$N(z)=\frac{4\pi}{3}r^3 n_L$ (銀河の数)

(閉じた空間)，広がっているか（開いた空間）で，どのような差が生じるかを調べるのである．その空間の広がり具合を，1次元的な長さを調べるか，2次元的な面積を調べるか，3次元的な体積を調べるか，あるいは，それらを組み合わせて調べるか，のいずれかである．以下では，地球の曲率の測定と比較しながら，どのような方法が採られているかを述べることにしよう．

3-2-1　1次元——決まった長さの視角

ある一定の長さ D の棒を視線に直角におき，それを見込む角度(視角) $\Delta\theta$ が遠ざかる距離 r とともに，どのように変化するかを考えてみよう．平坦な空間の場合は，むろん

$$\Delta\theta=\frac{D}{r} \tag{3-44 a}$$

で，距離 r に反比例する．ところで，私たちは地球の北極にいて，この棒を緯度線に平行にして北極から遠ざけていくと，棒の視角はどのように変化するだろうか．はじめ赤道に近づくにつれいったん減少し（但し，距離に反比例するよりは，少しゆっくりした減少である)，赤道を過ぎると逆に視角が増大するだろう．閉じた空間の場合，遠方へ行くほど視角が大きく見えるようになるという奇妙なことになる．開いた馬の鞍のような空間では，距離に反比例するより速い割合で視角は減少する一方である．

膨張宇宙でこのことを考えてみよう．ある種の電波銀河は，半径 D が一定の球対称なコアをもっていることが知られている．このコアが距離ととも

に，どのような視角で見えるかを考える．電波銀河が，赤方偏移 z，共動座標で距離 χ_s にあるとする．この場合，付録にあるように，固有距離 $r_s(z)$ は

$$\chi_s=\int_0^{r_s}\frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}}$$

$$=\int_{t_s}^{t_0}\frac{cdt}{a(t)} \tag{3-45}$$

を赤方偏移について解いた

$$r_s=\frac{c}{H_0a_0q_0^2(1+z)}\{q_0z+(q_0-1)[\sqrt{1+2q_0z}-1]\} \tag{3-46 a}$$

である．共動座標 χ_s との関係は

$$r_s=\begin{cases}\dfrac{1}{k_0^{1/2}}\sin\,(k_0^{1/2}\chi_s) & (K>0)\\ \chi_s & (K=0)\\ \dfrac{1}{|k_0|^{1/2}}\sinh\,(|k_0|^{1/2}\chi_s) & (K<0)\end{cases} \tag{3-47}$$

である．そこで，これを

$$r_s\equiv\frac{c}{H_0}\frac{\Psi(z)}{1+z} \tag{3-46 b}$$

と表示しておこう．ただし，

$$\Psi(z)=\frac{\{q_0z+(q_0-1)[\sqrt{1+2q_0z}-1]\}}{q_0^2} \tag{3-46 c}$$

である（$a_0=1$）．

さて，長さ D の電波銀河コアの視角は

$$\Delta\theta=\frac{D}{a_sr_s}=\frac{D(1+z)}{r_s} \tag{3-44 b}$$

と計算できる．ここで，電波が放射された時点の宇宙のスケールファクターが $a_s=1/(1+z)$ であることを考慮している．これより，視角は

$$\Delta\theta=\frac{DH_0}{c}\frac{(1+z)^2}{\Psi(z)} \tag{3-44 c}$$

と表すことができる．特別な場合として，$q_0=1/2$ と $q_0=0$ の場合だけ，結果を表示しておこう．

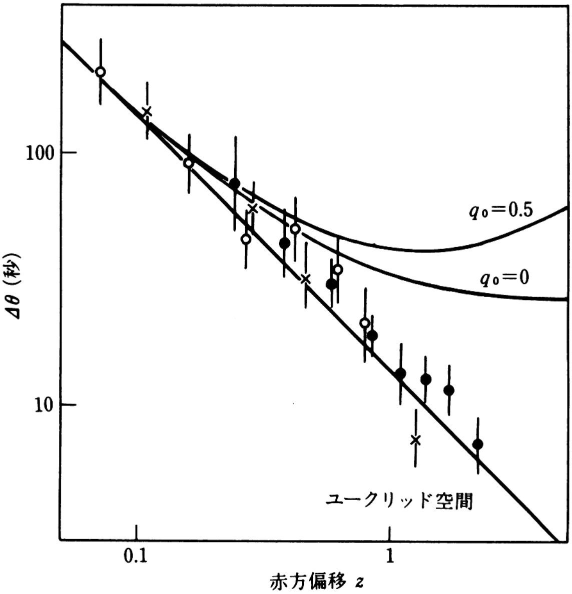


図 3-9　赤方偏移と視角の関係（データは電波源のコアの視直径である）

$q_0=1/2$, $\Omega_0=1$, $K=0$ の場合，

$$\Delta\theta=\frac{DH_0}{2c}\frac{(1+z)^{3/2}}{(1+z)^{1/2}-1} \tag{3-44 d}$$

$q_0=0$, $\Omega_0=0$, $K<0$ の場合，

$$\Delta\theta=\frac{DH_0}{c}\frac{(1+z)^2}{[z(1+z/2)]} \tag{3-44 e}$$

式(3-44 d)の z 依存性を調べればわかるように，$\Delta\theta$ は，$z=5/4$ で最小になり，これを過ぎれば増大する．

3-2-2　2次元——絶対光度が一定の天体の見かけの明るさ

絶対光度 L が一定の光源が原点に置かれており，その見かけの明るさ l

は，距離 r とともにどのように変化するだろうか．光波面は球面で広がっていくことから，平坦なユークリッド空間では

$$l=\frac{L}{4\pi r^2} \tag{3-48 a}$$

と距離の 2 乗に反比例して減少していく．これを地球にたとえて，北極から一定の割合で等方に水が溢れ出ていて，地表に沿って流れていると想定しよう．このとき水の先端部は，赤道に向かって行くにつれ広がるから，緯度に沿う単位長さあたりの水の流れ（フラックス）は減少し（平坦な場合よりゆっくりした減少率だが），やがて，赤道を過ぎると，逆に水のフラックスは増加するようになるだろう．この例では，2 次元球面の緯度線上での地球一周の長さの変化を測っているのだが，それは 3 次元空間の宇宙で，距離とともに球面の面積がどう変化するかに対応している（地表は 2 次元面なので，3 次元空間との比較では，次元が 1 つ下がった例になる）．

膨張宇宙では，空間の曲率とともに，膨張によるドップラー効果でエネルギーが減少していくことも考慮しなければならない．そのためには，放射された光子の数が保存されている条件

$$\frac{L\Delta t_s}{h\nu_s}=4\pi(a_0r_s)^2\frac{l}{h\nu_0}\Delta t_0 \tag{3-49}$$

を使えばよい．赤方偏移の項で出てきた式（2-53)，(2-54）を使うと，

$$l=\frac{L}{4\pi r_s{}^2(1+z)^2} \tag{3-48 b}$$

が得られる．式（3-46 b）を代入すると，

$$l=\frac{L(H_0/c)^2}{4\pi\Psi(z)^2} \tag{3-48 c}$$

と書くことができる．

$q_0=\frac{1}{2}$，$\Omega_0=1$，$K=0$ の場合

$$l=\frac{L(H_0/c)^2/(1+z)}{4\pi[(1+z)^{1/2}-1]^2} \tag{3-48 d}$$

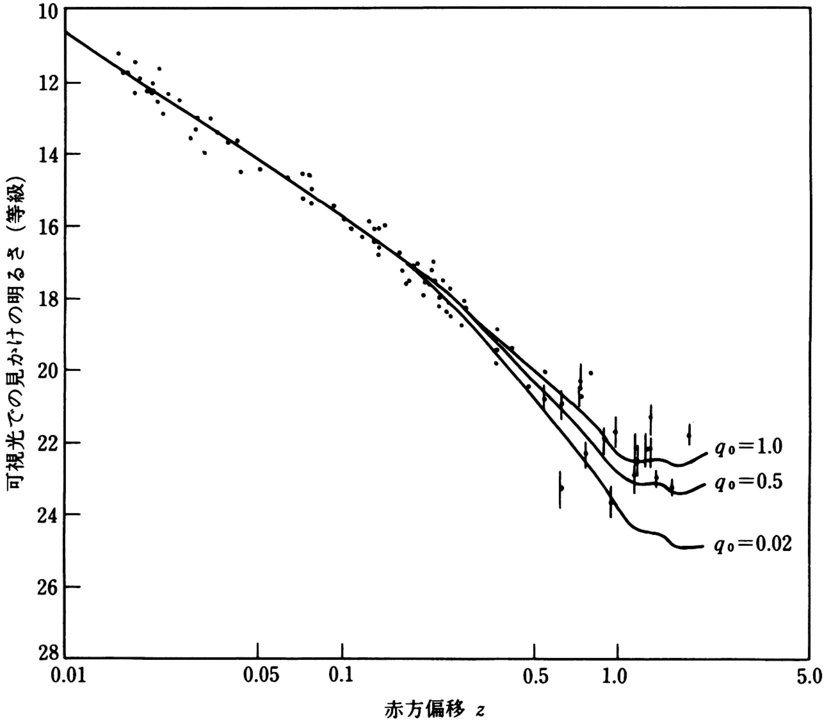


図 3-10　赤方偏移と銀河の見かけの明るさの関係（Y. Yoshii and F. Takahara, 1968：*Astrophysical Journal,* **326**, 1より）

$q_0=$，$\Omega_0=0$，$K<0$ の場合

$$l=\frac{L(H_0/c)^2}{4\pi\,[z(1+z/2)]^2} \tag{3-48 e}$$

3-2-3　3次元——一様な個数密度の銀河数

空間的に共動座標で個数密度 n_L が局所的な値で一定の何らかの物質があるとしよう．その総数が距離 r とともにどのように増加していくのかを調べる．平坦なユークリッド空間では，体積に比例するから，

$$N=\frac{4\pi r^3 n_L}{3} \tag{3-50 a}$$

と距離の 3 乗で増加する．

地球の例では，地上に人間が一様に分布していると仮定したとき，北極から赤道に向かって各緯度線より北側に存在する人間の数を数えていくのに似ている．この場合，緯度が下がるにつれ面積の増加に比例して人間の数は増加するが，赤道を越えるとその増加率は減少し，南極に近づくにつれほとんど一定になるだろう．宇宙空間は 3 次元だから，体積が距離とともにどう変わるかを調べることになる．

観測している領域では，宇宙はほぼ一様だから，銀河の空間密度は一定と考えることができる．そこで，距離とともに観測される銀河の数がどのように変化するかを調べれば，空間の曲率を検出できるだろう．銀河数は

$$N=a_s{}^3 n_L V(r_s) \tag{3-50 b}$$

但し，体積 V は

$$V(r_s)=4\pi\int_0^{r_s}\frac{r^2dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \tag{3-51 a}$$

で与えられる．K の符号に応じて体積は

$K=0$ のとき

$$V(r_s)=\frac{4\pi r_s{}^3}{3} \tag{3-51 b}$$

$K>0$ のとき

$$V(r_s)=\frac{4\pi r_s{}^3}{3K}\left[\frac{3\sin^{-1}\sqrt{K}\,r_s}{r_s{}^3}-\frac{3(1-Kr_s{}^2)^{1/2}}{2r_s{}^2}\right] \tag{3-51 c}$$

$K<0$ のとき

$$V(r_s)=\frac{4\pi r_s{}^3}{3|K|}\left[\frac{3(1+|K|\,r_s{}^2)^{1/2}}{2r_s{}^2}-\frac{3\sinh^{-1}\sqrt{|K|}\,r_s}{r_s{}^3}\right] \tag{3-51 d}$$

のように表される．r_s に式(2-46 a)を代入すれば，体積を赤方偏移で表すことができる．

図 3-11 に，赤方偏移と体積の大きさ $V(r_s)$ をプロットしている．

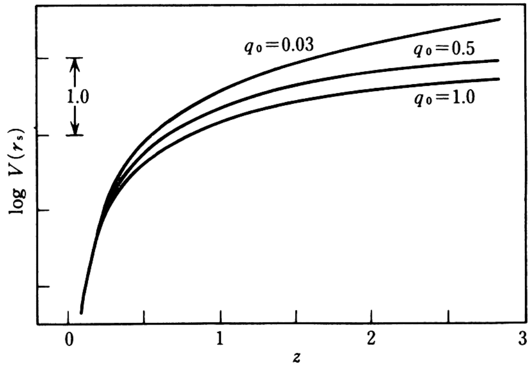


図 3-11　赤方偏移と体積の関係

3-2-4　2次元と3次元の組合せ——見かけの明るさと銀河数

実際には，遠方の銀河は暗いので赤方偏移を決定するのは困難で，見かけの明るさ l を距離の指標とし，銀河の数が l とともにどう変化するかを調べるのが通例である．

絶対光度 L の銀河が一様な密度 n_L で分布しているとする．このとき，見かけの明るさ l より明るい銀河は，式 (3-48 b) から，距離が

$$r_s \leqq r_{max}\ (1+z)_{max} = \left(\frac{L}{4\pi l}\right)^{1/2} \tag{3-52}$$

以内の銀河である．L と l を決めると，式 (3-52) から最大の赤方偏移 $(1+z)_{max}$ が決まり，それに対応する距離 r_{max} までの銀河数は，

$$N(l) = a_{max}{}^3 n_L V\ (r_{max}) \tag{3-53}$$

となる．見かけの明るさ l に対し，銀河数 $N(l)$ を図示したものがハッブル図と呼ばれている．

3-2-5　問題点とコメント

以上のような方法で，宇宙の曲率を測定することが試みられてきたが，これまでのところ成功しているとはいいがたい．その理由の1つは，この方法

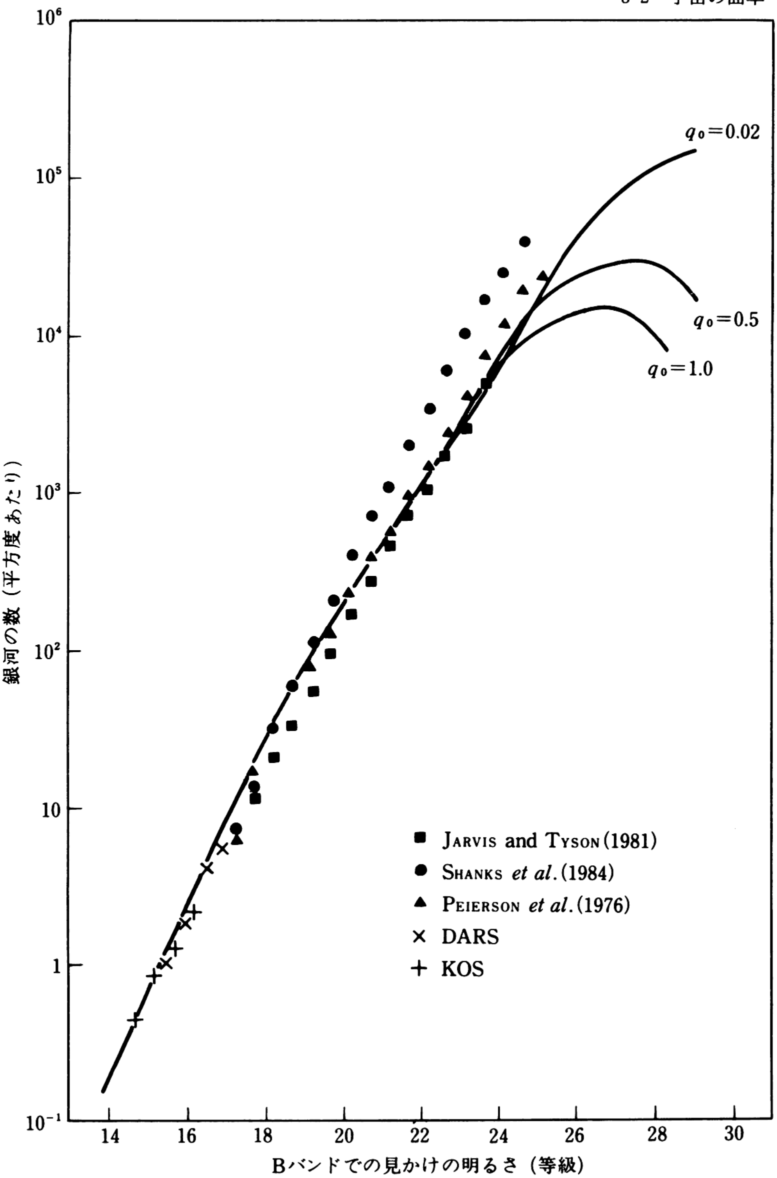


図 3-12　ハッブル図（銀河の見かけの明るさと数の関係；Y. Yoshii and F. Takahara, 1988 : *Astrophysical Journal*, **326,** 1 より）

では一定の物理量（電波銀河のコアの大きさ，銀河の絶対光度，銀河の個数密度）を距離指標として仮定しているが，遠方の銀河は若く，はたして同じ一定値かどうか不明であるためである．つまり，銀河は進化するから，その効果を含めて計算しなければならない．また，銀河にはさまざまなタイプが存在し，それに応じて絶対光度も異なり，進化も異なっていると考えられる．そこで銀河進化のモデルをつくり，それを補正して観測と比較し宇宙の曲率を推定する研究が行われているが，そもそもの銀河進化に不確定度が高いから，明確な結論が出せないのである．

もう1つの理由は，宇宙の曲率の差が出るのは非常に遠方であり，これまでの観測精度では不十分で，その誤差のほうが曲率による差異より大きいので結論が出せなかったことがある．しかし，この点については，巨大望遠鏡・ハッブル宇宙望遠鏡・VLBI などのハイテク装置によって改善されており，将来に希望がもてる．さらに，X 線や赤外線などの観測によって，進化効果が少ない新たな距離指標が発見されるかもしれない．その意味で，今後飛躍的に発展する可能性を秘めているといえる．

3-3　宇宙定数

同様に，物質が卓越した宇宙で考える．また，宇宙定数 (λ_0) を考慮するのは，インフレーション宇宙によって平坦な宇宙を想定する場合だから，$k_0=0$ とするのが通例である．したがって，$\Omega_0+\lambda_0=1$ で，ハッブル定数は式 (2-63) で与えられる．宇宙定数の検出は，原理的には，ハッブル定数の z 依存性を調べることにある．式 (2-63) からわかるように，宇宙定数が効くのは z が小さい領域で

$$(1+z)_\Lambda \leqq \left(\frac{\lambda_0}{\Omega_0}\right)^{1/3} = \left(\frac{\lambda_0}{1-\lambda_0}\right)^{1/3} \tag{3-54}$$

である．後述するように，観測されている Ω_0 は，0.1〜0.3 程度だから，考える λ_0 の範囲は $\lambda_0=0.7$〜0.9 で，$z=0.5$〜1 の領域で頻度が多く起こる現

象が重要になってくる．そのような現象としては，重力レンズ効果が最も重要で，ほかにはクェーサーの吸収線が挙げられる．いずれも，宇宙を見通したときに，どのような確率でこれらが生じるかを調べ，それを観測によって得られている統計と比較するのである．

光線の経路は，$dr=cdt=cda/(da/dt)$ だから，赤方偏移で表すと，

$$\frac{dr}{dz}=\frac{c}{(1+z)H(z)}\equiv\frac{c/H_0}{(1+z)E(z)} \tag{3-55}$$

となる．したがって，宇宙を見通したとき，ある天体が観測できる単位赤方偏移あたりの数 N は，その天体の断面積を σ，その個数密度を n とすると，

$$\frac{dN}{dz}=\sigma n\left(\frac{dr}{dz}\right)=\sigma n_0\left(\frac{c}{H_0}\right)\frac{(1+z)^2}{E(z)} \tag{3-56}$$

と表される．ここで，個数密度は共動座標で保存される，$n(z)=n_0(1+z)^3$ と仮定している．通常の銀河の場合

$$n_{\rm g}\sim 0.01h^3\,{\rm Mpc}^{-3},\ R_{\rm g}\sim 10h^{-1}\,{\rm kpc},\ \sigma\sim\pi R_{\rm g}{}^2 \tag{3-57}$$

とすると

$$\frac{dN}{dz}\sim\frac{0.01(1+z)^2}{\sqrt{\Omega_0(1+z)^3+\lambda_0}} \tag{3-58}$$

になる．したがって，銀河が関与するような現象では，このオーダーの確率で天体を観測することができる．その統計を増やし，式 (3-58) のような z 依存性を調べれば，λ_0 項が必要かどうかがわかるはずである．考える天体に応じて断面積や光源の個数密度が異なってくる．以下では，重力レンズとクェーサーの吸収線系を調べよう．

3-3-1　重力レンズの頻度

3-1 節で述べたように，質量 M の天体による屈折角は式 (3-20) で与えられる．この天体の質量密度分布が半径の 2 乗で減少する場合(等温分布)，重力平衡の条件から，屈折角は

$$\Theta = 4\pi\left(\frac{c_S}{c}\right)^2 \tag{3-59}$$

と，インパクトパラメターに独立になる．c_S は音速である．重力レンズを起こす断面積 σ は，インパクトパラメター R を用いて $\sigma = \pi(aR)^2$ で与えられる．インパクトパラメターは，式（3-28）と（3-32）を利用すると，

$$R = \Theta D_{SL}\frac{D_{LO}}{D_{SO}} \tag{3-60}$$

だから，断面積は，

$$\sigma = 16\pi^3 a^2\left(\frac{c_S}{c}\right)^4\left(\frac{D_{SL}\cdot D_{LO}}{D_{SO}}\right)^2 \tag{3-61}$$

になる．距離を

$$D_{SL} = \left(\frac{c}{H_0}\right)d_{SL},\ D_{LO} = \left(\frac{c}{H_0}\right)d_{LO},\ D_{SO} = \left(\frac{c}{H_0}\right)d_{SO} \tag{3-62}$$

のように規格化すると，重力レンズの確率は

$$\frac{dN}{dz} = 16\pi^3\sum_i n_{i,0}\left(\frac{c_{Si}}{c}\right)^4\left(\frac{c}{H_0}\right)^3\frac{(d_{SL}d_{LO}/d_{SO})^2}{E(z)} \tag{3-63}$$

のように与えられる．i は音速が異なった天体を示しており，これについて和を取っている．これを積分すると，重力レンズが起こっている全個数は，

$$N(z_S) = \int_0^{z_S}\left(\frac{dN}{dz}\right)dz = \left(\frac{c}{H_0}\right)^3\sum_i n_{i,0}\left(\frac{c_{Si}}{c}\right)^4 F_g(z_S) \tag{3-64}$$

ただし，

$$F_g(z_S) = 16\pi^3\int_0^{z_S}\frac{dz}{E(z)}\left(\frac{d_{SL}\cdot d_{LO}}{d_{SO}}\right)^2 \tag{3-65}$$

と表される．図3-13に，いろいろな λ_0 について赤方偏移と $F_g(z)$ の関係を示している．注目すべきなのは，縦軸が対数であることで，宇宙定数の値に敏感に依存することがわかる．現在の観測では，重力レンズ効果は多くは観測されておらず，宇宙定数については上限値しか得られていない．

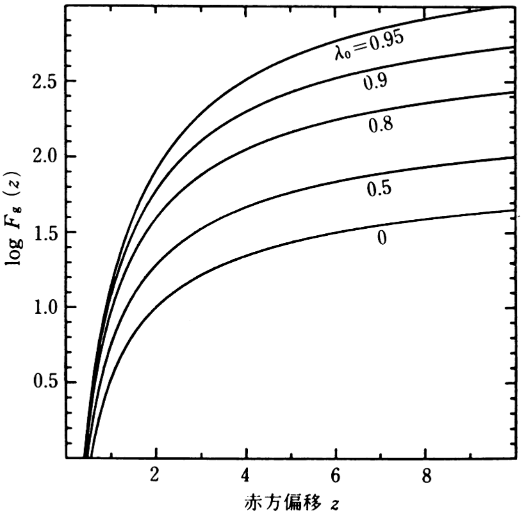


図 3-13 赤方偏移と重力レンズ頻度の関係（P.J.E. Peebles, 1993：*Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press より）

3-3-2 クエーサーの吸収線の数分布

クェーサーの光が地球に到着するまでには，途中の空間に存在する，銀河，銀河間の雲，一様な銀河間ガスによる吸収を受けている．銀河や銀河間雲のような天体の場合は式（3-56）が適用できるから，観測されている吸収線系の数から吸収体の個数密度とサイズが推定でき，その z 依存性から宇宙定数の有無が検出できると期待できる．しかし，銀河や銀河間雲は進化しているから，数分布から直接的に宇宙定数の値を推定することができない．現在のところは，まだ吸収線系の進化を調べる方が先である．

ここでは，宇宙空間に一様に分布する銀河間ガスによる共鳴吸収について述べておこう．これは，ガン - ピーターソン（Gunn-Peterson, GP）テストと呼ばれている銀河間ガスの観測法で，1994 年になってやっと成功した．今後データが多く蓄積されると思われるので，それによる宇宙定数の検出可能性を検討しておくためである．

銀河間ガス中に含まれる水素原子やヘリウム原子およびその1回電離したイオンの密度を $n_{\rm I}(z)$ と書いておく．これらの原子またはイオンによる共鳴吸収の断面積は光の振動数 ω に依存するから $\sigma(\omega)$ と書く．一般に，共鳴吸収は，基底状態から，すぐ上のエネルギーレベルへの吸収（ライマン・アルファ線）が最も起こりやすいから，断面積は

$$\sigma(\omega)=\sigma_\alpha\delta\ (\omega-\omega_\alpha) \qquad (3\text{-}66)$$

とデルタ関数で近似できる．観測する振動数 ω_0 での共鳴吸収による光学的深さ τ は

$$\tau(\omega_0)=\left(\frac{c}{H_0}\right)\int_0^z dz\sigma\left(\frac{\omega_0 a_0}{a}\right)\frac{n_{\rm I}(z)}{(1+z)\sqrt{\Omega_0(1+z)^3+\lambda_0}} \qquad (3\text{-}67\ \mathrm{a})$$

で与えられる．宇宙膨張による赤方偏移を考慮している．式（3-66）の断面積を使うと，

$$\tau(\omega_0)=\frac{(c/H_0)\,\sigma_\alpha n_{\rm I}(z_0)/(1+z_0)}{\sqrt{\Omega_0(1+z_0)^3+\lambda_0}} \qquad (3\text{-}67\ \mathrm{b})$$

になる．但し，赤方偏移 z_0 は

$$1+z_0=\frac{\omega_\alpha}{\omega_0} \qquad (3\text{-}68)$$

を満たす値である．これまで，水素原子(HI)については $\tau_{\rm HI}$ の上限値しか得られていなかったが，ヘリウムの1回電離したイオン(He II)について $\tau_{\rm HeII}$ の有限値が検出されている．まだ観測例は少数なので，現在は銀河間ガスの密度やイオン化状態に関する議論しかされていないが，観測データが集積されるにつれ $\tau_{\rm HeII}$ の z_0 依存性がわかれば，宇宙定数の有無について何らかの結論が得られるかもしれない．

3-4　現在の宇宙年齢

宇宙におけるさまざまな天体の進化モデルや天体中の放射性同位元素を利用すると，それらの年齢を推定することができる．宇宙の年齢はそれより長いはずだから，宇宙年齢に関する下限値が得られることになる．図3-14で

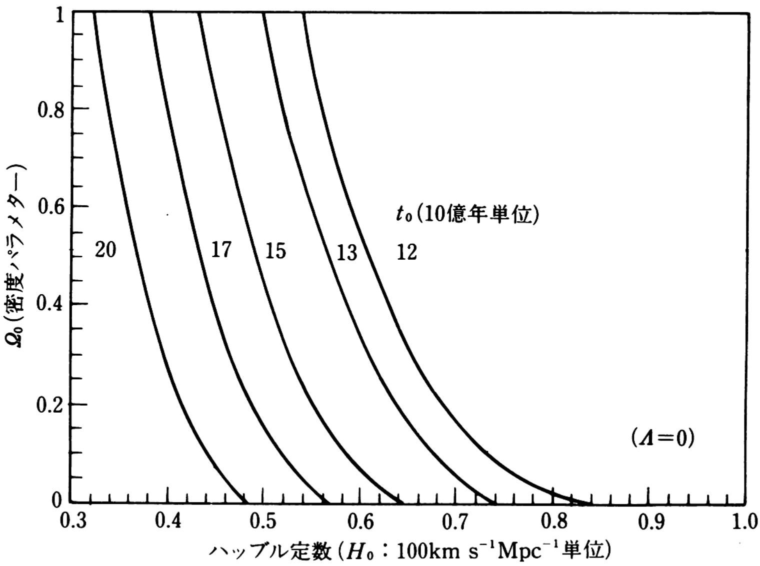


図 3-14 ハッブル定数と密度パラメターと宇宙年齢の関係

はハッブル定数 H_0 と Ω_0 面上に，フリードマン宇宙（$\Lambda=0$）の場合の現在の宇宙年齢（t_0）を図示している．この図から，宇宙年齢への下限値からでも，ハッブル定数や密度パラメターについての制限が得られることがわかる．以下では，最も古い天体である球状星団の年齢の決定法を紹介し，さらに白色矮星を利用する方法や放射性同位元素を利用する方法の原理的な部分をまとめよう．

3-4-1 球状星団の年齢

銀河系には，最大 100 pc くらいの半径で，100 万個もの古い星が，球対称の集団をつくっている球状星団が 100 個余り発見されている．これらの星には重元素が少なく，全体として銀河系中心に対して球対称に分布しており，銀河系の誕生直後に角運動量の小さいガスから形成されたと考えられている．球状星団の年齢の推定には，星の進化理論が足場になっている．

星の寿命は，ほとんど質量で決まっている．星の絶対光度 L を質量の関数として表すと，太陽質量の近辺では

$$L = L_{\odot}\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{3} \tag{3-69}$$

と近似できる．$L_{\odot}$, $M_{\odot}$ は，それぞれ太陽の絶対光度・太陽質量である．星の寿命は，質量に比例する燃料の量をエネルギー放出率である絶対光度で割ったものに等しいから，次のような近似式が得られる．

$$\tau_{*} = \frac{\varepsilon Mc^{2}}{L} \sim 100\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-2} \text{億年} \tag{3-70}$$

ε は質量エネルギーのうち核反応で放出される割合である．

おおざっぱに，星の進化をまとめると以下のようになる．質量が太陽の5倍以上の星は，4億年より短い時間で中心部の水素を核反応で使い尽くすと，主系列を離れて赤色巨星になり，やがて超新星爆発を起こして消えていく．質量が太陽の5倍より小さい場合は，主系列を離れて赤色巨星になった後，表面から質量放出していったん水平分枝に移り，その後，再度赤色巨星となってから質量をほとんど失って白色矮星になる．太陽程度の質量の星は，ほぼ宇宙年齢程度の寿命をもっているから，主系列から離れようとする段階にある．

いま，星団中の星は，質量の大きいものから小さいものまで，いっせいに形成されたとしよう．多少星の形成に時間差があっても，100億年に比べて十分小さければ無視してよいからである．星団のHR図を書いたとき，どのように変化するだろうか．まず，形成された星は主系列上に並ぶ．質量の大きい星は絶対光度も表面温度も高いから主系列の左上に位置し，質量が小さくなるにつれ絶対光度も表面温度も下がるから主系列の右下の方へ並んでいる．時間が経つにつれ，質量が大きい星ほど早く寿命が来るから，主系列の左上から星が欠けていくことになる．そこで，球状星団の現在のHR図を詳しく調べ，主系列を離れつつある星の絶対光度と表面温度を決定する．それを星の進化理論と比較すれば，その星の質量が決まり，主系列上で過ご

した時間が計算できる．その時間が球状星団の年齢と考えてよい．このようにして得られた球状星団の年齢は，140±20 億年と推定されている．この誤差には，星の元素組成や星内部で起こる対流の取扱いによる不確定度が含まれている．

1997 年になって，ヒッパルコス衛星を使って球状星団の距離を正確に測定することにより，その年齢はもう少し短く，110 億年程度ではないかという議論がされている．いま，主系列を離れつつある星の質量（したがって，その主系列上での寿命）を決定するためには，絶対光度と表面温度を正確に決める必要である．つまり，正確な距離がわからねばならない．ところが，距離決定の梯子は昇るにつれ誤差が溜まってくる．ヒッパルコス衛星は，ミラ型と呼ばれる変光星の視差を測って距離を精度よく決定し，それによって，このタイプの変光星の絶対光度－周期関係を完全なものにした．この結果を球状星団に含まれるミラ型変光星に適用することにより，球状星団までの距離が求められ，従来より 10％遠くにあることがわかった．その結果，主系列を離れようとしている星の質量が，これまで考えられてきた質量より大きくなり，球状星団の寿命が短くなったのである．また，星が主系列を離れようとしている絶対光度と，水平分枝と呼ばれる星の絶対光度の比較から，星の質量を決定し寿命を推定する方法でも，同じ短い年齢が得られている．

これによって，球状星団の年齢が短くなり，ハッブル定数から求めた宇宙年齢との矛盾は小さくなった．まだ，矛盾は残っているので“宇宙論の危機”が去ったわけではないが，私たちは，まだまだ宇宙を万全に測定しているわけではないことがわかるだろう．

3-4-2　白色矮星の冷却時間

白色矮星は，質量が太陽程度から 5 倍くらいまでの星の進化の最終段階にあたっており，内部の熱エネルギーを放射しながらゆっくり冷えている．この冷却時間が宇宙年齢に匹敵することは，その比熱の大きさから推定できる．観測的には，白色矮星の光度関数（絶対光度と，その光度をもつ白色矮星の

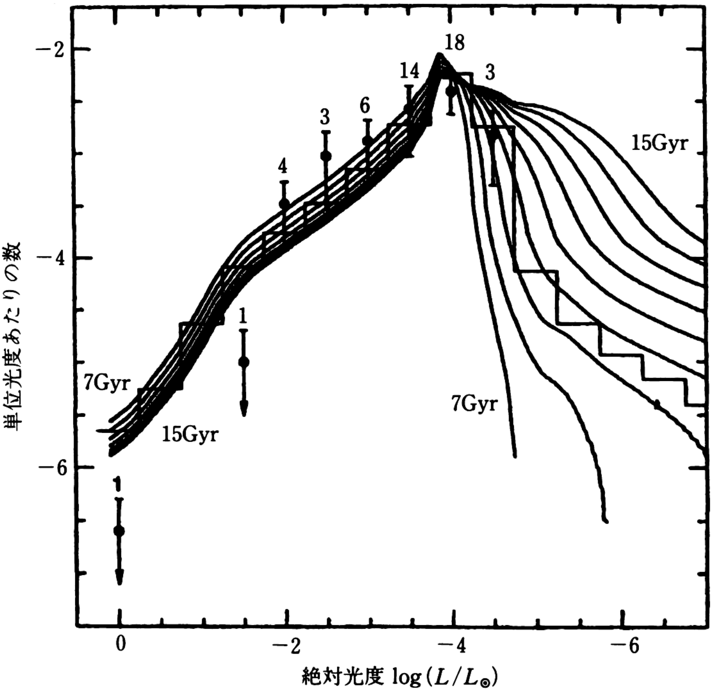


図 3-15　白色矮星の光度関数（T.D. Oswalt *et al*., 1996：*Nature,* **382**, 692 より）
黒丸が観測数，実線が 70 億年から 150 億年までの理論曲線.

個数の関係）が絶対光度 $L_{\min}\sim10^{-4}L_{\odot}$ で切れており，それ以下の光度では白色矮星が発見されていないことから，このことが支持されている．この $L_{\min}$ にまで暗くなるのに要する時間が，最も古い白色矮星が形成されてからの時間に対応している．

白色矮星は電子の縮退圧で支えられており，もはや体積は変化していないから，その光度は，

$$L=-\int_0^M dM_r C_v\left(\frac{dT}{dt}\right)\sim C_v M\left|\frac{dT_c}{dt}\right| \qquad (3\text{-}71\,\mathrm{a})$$

と表される．C_v はイオンの定積比熱である．したがって，白色矮星の冷却時間は

$$t \sim \frac{C_V M T_c}{L} \qquad (3\text{-}72\text{ a})$$

と書くことができる．定積比熱として固体の

$$C_V = \frac{3k}{\mu H} \qquad (3\text{-}73)$$

を採用し（k：ボルツマン定数，μ：イオンの平均分子量，H：水素原子の質量），光度として電子が非相対論的に縮退している場合の

$$\frac{L}{L_\odot} = 2.7 \times 10^{-3} \left(\frac{T_c}{10^7 \mathrm{K}}\right)^{7/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \qquad (3\text{-}71\text{ b})$$

を採用しよう．これらを代入すれば，

$$t \sim 9.0 \times 10^7 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{5/7} \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-5/7} \quad (\text{年}) \qquad (3\text{-}72\text{ b})$$

が得られる．これから，白色矮星の光度が $L \sim 10^{-4} L_\odot$ にまで減少すると，その冷却時間は宇宙年齢を越えることがわかる．現在，ようやく $L_{\min}$ の白色矮星が精度よく観測できるようになり，70〜90 億年程度と推定されている．この値は球状星団とは明らかに有意な差があるようである．この時間は，白色矮星の親星が生まれた銀河系の円盤部が形成されてからの時間と考えられている．

3-4-3　放射性同位元素による宇宙年代学

ウランやトリウムのような放射性同位元素は 10 億年以上の半減期をもち，このような長い時間を測る時計の役目を果たしている．地球上の岩石や隕石の年齢を測るには，これらの同位元素の存在量の初期値と現在値，各々の最終崩壊核（鉛の同位元素）の相対存在量，そして各元素の半減期が与えられれば，岩石が固化してからの時間が推定できる．利用される元素のデータをまとめておこう．

元　素	半減期	最終崩壊核
^{238}U	64.5 億年	^{206}Pb
^{235}U	10.2 億年	^{207}Pb
^{232}Th	97.2 億年	^{208}Pb
親核なし		^{204}Pb

初期値が不明な場合は，親核をもたない ^{204}Pb との比を用いて，複数のサンプルについての差をとれば，固化時間がわかる．このような方法で，最も古い隕石の年齢が 46 億年であることから，太陽系が形成されたのは 46 億年前と考えられるようになった．また，地球で最も古い岩石としてほぼ 40 億年のものが知られている．さらに，生命の痕跡を含む最も古い岩石の年齢 35 億年であることから，生命の誕生もこのころであると推定されている．しかし，1997 年に，さらに古い 38 億年前に固化した岩石に生命の痕跡らしきものが発見され，生命はもっと昔に誕生していた可能性も指摘されている．

この放射性同位元素を利用して，銀河系の年齢を推定する“宇宙年代学”の方法を紹介しておこう．銀河系が誕生して星が形成されると，質量の大きい星は速く進化して超新星爆発を起こすが，このときの急速な核反応でウランやトリウムが形成される．一方，これらの元素は時間が経つとともに崩壊していく．そこで，銀河系が誕生してから太陽系が形成される時刻 t_s までは，元素の供給と崩壊の 2 つの過程が競合する．このことは，

$$0<t<t_s \text{ のとき} \qquad \frac{dX_i}{dt}=S_i(t)-\lambda_i X_i \qquad (3\text{-}74\,\mathrm{a})$$

によって記述できる．ここで，元素 i の存在量を X_i，供給率を $S_i(t)$，崩壊率を λ_i としている．供給率は星の形成率に関係するので，一般に時間の関数である．やがて，太陽系が誕生してからは崩壊の過程だけが起こるから，

$$t_s<t<t_s+46 \text{ 億年のとき} \qquad \frac{dX_i}{dt}=-\lambda_i X_i \qquad (3\text{-}74\,\mathrm{b})$$

になる．

実際には，これらの元素の絶対存在量はわからないから，2つの元素の相対存在比，たとえば，^{235}U/^{238}U，^{232}Th/^{238}U を計算する．それらの供給率は元素合成の理論によって，現在の値は地上でのさまざまなサンプルの平均をとることによって，それぞれ決めることができるからである．そこで，星の形成率を，現在の銀河系に存在する星の種類や元素組成を再現するように選び，元素の相対存在比の実測値を最もよく再現する t_s を求めれば，それを銀河系の年齢（t_s＋46億年）の下限とすることができる．

この方法から推定される銀河系の年齢は130〜160億年で，星の形成率に関して曖昧度が大きいので数値そのものは信頼し難いが，100億年より短くなることはなさそうである．今後は，銀河進化の研究と並行して進められるべき課題と思われる．

3-5　宇宙背景放射の温度

ビッグバンの直接的証拠である宇宙背景放射は，人工衛星 COBE（COsmic Backgroud Explorer）によって詳しく観測され，温度（$T_{r,0}$）が

$$T_{r,0}=2.735\pm0.006 \quad \text{(K)} \tag{3-75}$$

のプランク分布（黒体放射分布）であることが明確に示された．これによって，過去の放射エネルギーがどれくらいであったかが正確に計算できるようになった．また，高温の電子との衝突（逆コンプトン散乱）によるプランク分布からのずれの量

$$\frac{\delta T_r}{T_r}=-2y=-2\int_t^{t_0}\left(\frac{kT_e}{m_e c^2}\right)\sigma_T n_e c dt \tag{3-76}$$

の上限値が

$$y<2.5\times10^{-5} \tag{3-77}$$

であることも明らかになった．式（3-76）は，ハッブル定数を推定するのに利用したS－Z効果と同じで，ただ積分領域が銀河団ではなく，宇宙スケールになっているだけである．

エネルギー分布がプランク分布

$$u(\omega)=\frac{\hbar}{\pi^2 c^3}\frac{\omega^3 d\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_{\mathrm{r}}}\right)-1} \tag{3-78}$$

であることから，宇宙背景放射のエネルギー密度は

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{r}} &= \int_0^\infty u(\omega)\,d\omega=\left(\frac{\pi^2}{15}\right)\left(\frac{kT_{\mathrm{r}}}{hc}\right)^3 kT_{\mathrm{r}} \\ &= a_{\mathrm{R}} T_{\mathrm{r}}^4 \\ &= 4.2\times10^{-14}(1+z)^4\left(\frac{T_{\mathrm{r},0}}{2.7\,\mathrm{K}}\right)^4 \quad (\mathrm{J\,m^{-3}}) \end{aligned} \tag{3-79}$$

と求められる．また，単位体積あたりの光子数は，

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{r}} &= \int_0^\infty u(\omega)\frac{d\omega}{\hbar\omega} \\ &= 4.2\times10^{8}(1+z)^3\left(\frac{T_{\mathrm{r},0}}{2.7\,\mathrm{K}}\right)^3 \quad (\mathrm{m^{-3}}) \end{aligned} \tag{3-80}$$

となる．実に，サイコロ1個分の体積中に約400個の光子が存在しているのである．

3-6　宇宙の密度

宇宙の密度パラメター Ω_0 は，式 (2-18) や (2-22) の関係から，減速定数 q_0，曲率項 k_0，宇宙項 λ_0 の決定を通じて間接的に決めることができるが，直接的にこの宇宙にどれだけの物質があるかを調べて決めることもできる．その方法はいくつかある．1つは，銀河や銀河団が放射する電磁波による天体の絶対光度 L の観測を通じて，そこに存在する星の量を推定する方法である．したがって，電磁波を放出できる物質であるバリオンの密度を測ることになる．また，星によって形成された重元素量の測定を通じて，どれくらいバリオンが存在しているかを推定することもできる．もう1つの方法は，星やガスや銀河の運動や分布を調べ，重力平衡を仮定することにより，それ

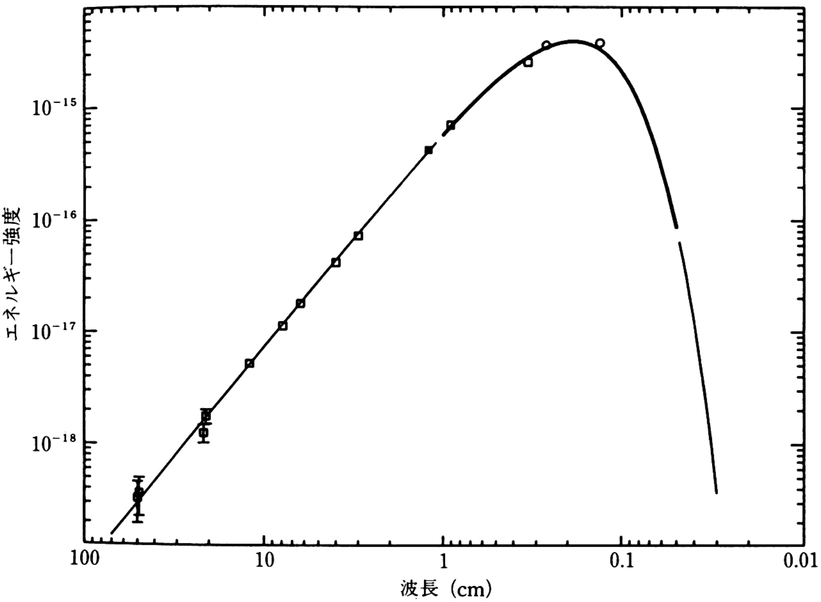


図 3-16 宇宙背景放射のスペクトル (D.T. Wilkinson 作製, 1992 ; Peebles, 1993 : 前出より)
ピーク前後の太線部が COBE の結果で，他のデータは地上の電波望遠鏡による観測．細い線はプランク分布を示す．

らにかかる重力の大きさ，つまり重力源となっている物質の総量を推定する方法である．この場合は，直接的に物質を電磁波で「見る」わけでなく，そこに働いている重力を通じて測定している．当然ながら，観測限界があり，電磁波を放射しえない物質もあるから，重力によって求めた質量の方がバリオンの質量より大きい．このような電磁波による直接観測で取り落とされる物質の質量を missing mass (行方不明の質量) と呼んできたが，1970 年代に入ってそれがバリオン質量の 10 倍以上も存在することが指摘されるようになり，ダークマター (dark matter) と呼ばれるようになった．さて，ダークマターが何であり，どれくらい存在し，どのように分布しているのだろうか．現在の宇宙論の大問題である．

3-6-1 星の全質量と光度の比

銀河を構成する主成分は星だから，銀河のタイプごとに，どのような質量の星が，どれくらいの数存在するかを観測によって決められればいいのだが，実際には私たちの銀河系以外で星の質量を正確に決定することが困難である．そこでまず銀河系内の太陽系近傍で，次のような計算を行ってみる．太陽の質量 $m_\odot$ と絶対光度 $L_\odot$ の間には cgs 単位で，

$$\frac{m_\odot}{L_\odot}=0.5 \quad (\mathrm{g\,s\,erg^{-1}}) \tag{3-81}$$

という簡単な関係がある．まず，主系列にあるさまざまな質量の星の質量関数（各質量の星の単位体積あたりの数密度）$n(m)$ の観測から銀河系に存在する星の全質量密度

$$M_\mathrm{s}=\int_{m_\mathrm{l}}^{m_\mathrm{u}} n(m)\,mdm \tag{3-82}$$

を求める．m_u と m_l は，それぞれ星の質量の上限値と下限値である．一方，星の質量と光度の比 m/L を理論モデルによって星の質量の関数として計算すれば，星の光の重ね合せから期待される銀河系の光度密度

$$L_\mathrm{g}=\int_{m_\mathrm{l}}^{m_\mathrm{u}} n(m)\left(\frac{L}{m}\right)_m dm \tag{3-83}$$

が求められる．これらから太陽系近傍での星の全質量と全光度の比

$$\left[\frac{M_\mathrm{s}}{L_\mathrm{g}}\right]=2.2 \tag{3-84}$$

と計算されている．ここで $[M/L]$ は太陽の値 (3-81) を単位としていることを意味する．この値から，式 (3-82) の全質量へは，太陽の 0.5 倍以下の質量の星が半分以上寄与し，式 (3-83) の光度には，太陽質量の 1.5 倍以上の星が半分以上の寄与をしていることがわかる．実際には，太陽系近傍でしか質量関数が測定できないから，はたして銀河系全体を代表しているかどうかはわからないが，M/L 比を調べれば，そこに存在する星の質量関数が太陽系近傍と似ているかどうか判断できることになる．

そこで，銀河の色分布から星の質量関数 $n(m)$ を推測し，それより銀河

の M/L を計算する．たとえば，もはや星の形成が終わってしまった楕円型銀河では，太陽質量以下の星しか存在しないから $[M_s/L]\sim10$ となる．また，銀河系と似た円盤銀河では太陽系近傍と似ているから，$[M_s/L]\sim2$ 程度と予想されている．

いま，典型的な明るさ L_* をもつ銀河の数を調べ，その空間密度 ϕ_* とすると，銀河の光度密度 j_* が

$$j_*=L_*\cdot\phi_* \tag{3-85 a}$$

と求められる．観測的には

$$j_*\sim1.0\times10^8h \quad (\text{単位：}L_\odot\,\mathrm{Mpc}^{-3}) \tag{3-85 b}$$

程度である．ハッブル定数への依存性は，宇宙の距離尺度にはハッブルの法則を利用しており $R\propto h^{-1}$ であることから，各物理量が距離のどのような関数であるかによって決まってくる．光度 L は，表面輝度 S（距離に依存しない）と面積 $(R\theta)^2$ の積で決まる $(L\propto S(R\theta)^2)$ から，$L\propto h^{-2}$ となる．また，銀河の空間密度は距離の3乗に反比例するから $\phi_*\propto h^3$ である．さまざまなタイプの銀河について平均的な質量・光度比を $\langle[M_s/L]\rangle$ とすると，全空間で平均した質量密度 ρ_* は

$$\rho_*=\left\langle\left[\frac{M_s}{L}\right]\right\rangle j_*\left(\frac{m_\odot}{L_\odot}\right) \tag{3-86 a}$$

が得られる．$\left\langle\left[\dfrac{M_s}{L}\right]\right\rangle\sim5$ とすると，

$$\rho_*\sim3.7\times10^{-29} \quad (h^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}) \tag{3-86 b}$$

となり，密度パラメターは

$$\Omega_{*,0}\sim0.0019h \tag{3-87}$$

と計算できる．この値は星として輝いている物質の密度だから，密度パラメターの下限値である．

銀河の質量を，銀河が力学的な釣合いにあることを利用して求める方法もある．回転する銀河の場合，重力と遠心力が釣り合っているから，銀河の中心から距離 r 内の質量を M_r とし，回転速度を V_r とすると，

$$\frac{GM_r}{r^2}=\frac{V_r^2}{r} \tag{3-88}$$

が成り立つ．銀河の回転速度とサイズ（$r=R\ \theta\propto h^{-1}$）の観測から質量 $M_r=V_r^2R\ \theta/G(\propto h^{-1})$ を求めると，平均的な質量・光度比は

$$\frac{M_r}{L}\sim\frac{12hm_\odot}{L_\odot} \tag{3-89}$$

となり，密度パラメターは

$$\Omega_{r,0}\sim 0.005 \tag{3-90}$$

が得られる．回転速度から得られる $\Omega_{r,0}$ はハッブル定数に依存しない．式 (3-87) と比べると，力学的に決定した質量が星として輝いている質量の約3倍大きいことがわかる．

3-6-2　元素の生成量

星内部では核反応が生じており，水素からヘリウム，さらにヘリウムから重元素が形成されている．いま，宇宙年齢 t_0 の間，銀河の光度は一定と仮定すると，生成されるヘリウム量は

$$Y=\frac{Lt_0}{\varepsilon Mc^2}\sim 0.007h^{-2} \tag{3-91}$$

と計算される．ここに，ε はエネルギー発生効率で $\varepsilon=0.007$ とし，質量・光度比は式 (3-89) を仮定している．観測されているヘリウム量は $Y\sim 0.25$ だから，星内部で生成されるヘリウム量は観測量に比べ圧倒的に少ないことがわかる．ヘリウムは，後述するように，ビッグバン宇宙の初期の高温度・高密度時代に形成されたと考えざるをえないわけである．

一方，太陽のような銀河円盤に存在する星の重元素量は $Z\sim 0.03$ であり，式 (3-91) の右辺と比べても多い．このことは，銀河は現在と比べて4倍以上星生成が激しく，明るく輝いた進化段階があったことを意味している．この時期を z_e としよう．この時期に放射された放射の振動数を ν，そのフラックスを $i(\nu)$ とすると，現在観測されている振動数 ν_0，フラックス $i(\nu_0)$

として，

$$\nu_0 i\ (\nu_0)\, d\nu_0 = \frac{\nu i(\nu)\, d\nu}{(1+z_e)^4} \tag{3-92 a}$$

の関係にある．ここで，$i(\nu_0)=i(\nu)/(1+z_e)^2$，$\nu_o=\nu/(1+z_e)$ であることを利用している．一方，放射されたエネルギーフラックスは

$$\nu i(\nu) = \left(\frac{c}{4\pi}\right)\varepsilon\rho_*(z_e)\, c^2 Z \tag{3-92 b}$$

であり，$\rho_*(z_e)=\rho_*(0)\,(1+z_e)^3$ から，密度パラメターは，

$$\Omega_{Z,0} = 1.3\times10^2\left(\frac{Z}{0.03}\right)^{-1}\nu_0 i(\nu_0)\,(1+z_e)\, h^{-2} \tag{3-92 c}$$

と得られる．観測されている波長 3 μm での宇宙背景放射の強度は

$$\nu_0 i(\nu_0) \sim 3\times10^{-8}(\mathrm{J\ m^{-2}s^{-1}str^{-1}}) \tag{3-92 d}$$

だから，$(1+z_e)=10$ とすると密度パラメターについて

$$\Omega_{Z,0} \leqq 0.03 h^{-2} \tag{3-92 e}$$

という上限値（赤外線での背景放射すべてがこの過程で放射されるとして）が得られる．上の質量・光度関係から得られた密度に比べ 10 倍近く大きい値となっている．さて，その質量（バリオン）はどこにあるのだろうか．この点についてはすぐあとに触れる．

3-6-3　ビッグバン初期での核反応

第 5 章で述べるように，ビッグバン宇宙の初期（1 秒から 1000 秒の間）は高温度・高密度状態であった．この段階で，陽子・中性子から重陽子（d），ヘリウム（^{3}He，^{4}He），リチウム（^{7}Li）などの軽元素が形成される．古い星で観測されているこれらの軽元素量を説明するためには，バリオン量は

$$\Omega_{\mathrm{B},0} h^2 = 0.0125 \pm 0.003 \tag{3-93}$$

でなければならない．この値と式 (3-92 e) から，宇宙におけるバリオン量は $\Omega_{\mathrm{B},0} \sim (0.01-0.03)\, h^{-2}$ 程度であることがわかる．この宇宙は，バリオンだけでは臨界密度に遥かに及ばないのである．

3-6-4　行方不明の質量

1932年，オールト（J.H. Oort）は，以下のように，太陽系近傍の星の銀河系円盤に垂直な運動成分を解析し，観測されている星の全質量と同じくらいの質量が重力源として働いているが，星として観測されていず行方不明（missing）であると主張した．銀河系円盤の星は，銀河系中心のまわりを約200 km s^{-1}の速さで回転しつつ，銀河系円盤を上下する振動運動を行っている．この星の運動は銀河系円盤を無限平板として

$$\frac{d^2z}{dt^2}=g=\frac{d\phi}{dz}=-2\pi\Sigma(z) \tag{3-94 a}$$

と近似できる．ここに ϕ は重力ポテンシャルであり，$\Sigma(z)$ は銀河系円盤の中心面から $\pm z$ 内にある単位面積あたりの密度（表面密度）

$$\Sigma(z)=\int_{-z}^{z}\rho dz \tag{3-94 b}$$

である．式（3-94 b）の積分を一定の密度$<\rho>$として

$$\Sigma(z)\sim 2<\rho>z \tag{3-94 c}$$

と近似すると，

$$\frac{d^2z}{dt^2}=-4\pi G<\rho>z \tag{3-94 d}$$

となり，星は銀河系円盤をまたいだ単振動をすることがわかる．これを積分すると，

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+2\pi G<\rho>z^2=E=\text{一定} \tag{3-94 e}$$

が得られる．これをさまざまな E について位相空間（$V_z=dz/dt$, z）で図示し，私たちから100 pc程度内にある星の，銀河系円盤に垂直方向の速度 V_z と高さ z を同じ図上にプロットする．これより，星の速度分散の大きさは

$$<\sigma_z{}^2>^{1/2}=18.0\pm1.3 \quad (\text{km s}^{-1}) \tag{3-95}$$

であり，星の密度が銀河系円盤の中心面から1/2になる高さは，

$$z_{1/2}=170\pm20 \quad (\text{pc}) \tag{3-96}$$

であることがわかる．これより，重力源の表面密度は

$$\Sigma \sim 2 < \rho > z_{1/2} = 55 \pm 10 \quad (m_\odot \, \mathrm{pc}^{-2}) \tag{3-94 f}$$

と計算できる．一方，観測されている星の表面密度は

$$\Sigma_* = 30 \pm 5 \quad (m_\odot \, \mathrm{pc}^{-2}) \tag{3-94 g}$$

に過ぎず，明らかに行方不明の質量（$\Delta\Sigma = \Sigma - \Sigma_* \sim \Sigma_*$）が存在することがわかる．

しかし，その後，巨大分子雲が発見され，それも含めたガスの表面密度が

$$\Sigma_{\mathrm{gas}} = 12 \pm 3 \quad (m_\odot \, \mathrm{pc}^{-2}) \tag{3-94 h}$$

と推定され，行方不明の質量 $\Delta\Sigma$ は小さくなっているので，少なくとも太陽系近傍では，力学的質量とバリオン質量の差はそう大きくはないことがわかっている．

3-6-5　ダークマター問題

1933 年，ツウィッキー（F. Zwicky）は，数百個もの銀河が半径 $1.5h^{-1}$ Mpc 内に集中した銀河団には，銀河だけでは説明できない大量の力学的質量が存在することを指摘した．ダークマター問題の始まりである．

いま，銀河団の中心から距離 r_i に質量 M_i の銀河が存在し，ニュートンの万有引力で互いに相互作用しあっているとしよう．そのとき，ビリアル定理

$$2T + \Phi = 0 \tag{3-97 a}$$

が成り立つ．ここに，T は銀河の運動エネルギーの総和

$$T = \frac{1}{2}\sum_i M_i \left(\frac{dr_i}{dt}\right)^2 \tag{3-97 b}$$

で，Φ は重力エネルギー

$$\Phi = \frac{1}{2}\sum_{i,j} \frac{GM_i M_j}{r_{ij}} \tag{3-97 c}$$

である．銀河団が重力平衡にあるので，$2T = -\Phi$ が成り立つ．銀河団の総質量を M，銀河の速度分散を σ とすると

$$T = \frac{M\sigma^2}{2}, \quad \Phi = -\frac{kGM^2}{R} \tag{3-97 d}$$

の大きさとなる．k は，銀河の分布によって決まる量で1のオーダーである．

ツウィッキーが用いた銀河団の質量や速度分散の値は，現在の標準的な値と1桁以上も異なっているので，現在の値を使って議論すると以下のようになる．銀河団のサイズを $R=1.5\,h^{-1}$ Mpc，銀河の総質量を $M=5\times10^{13}\,m_\odot$（質量が $10^{11}\,m_\odot$ の銀河500個）とすると，ビリアル定理から期待される速度分散は $400h$ km s^{-1} となる（$k=1/2$ としている）．一方，観測されている銀河の速度分散は1500 km s^{-1} であり，有意な差がある．銀河団の力学質量は速度分散の2乗に比例するから，力学質量は銀河の総質量の10倍以上大きいことがわかる．この差異がダークマターなのである．

ダークマター問題が再燃したのは1970年代で，銀河の回転曲線が銀河の外の方まで観測できるようになったためである．星が存在しない銀河の外層部にも水素原子のガスが存在しており，波長21 cmの電波輝線を放射している．そのドップラー効果の観測から，銀河の回転速度を精度よく決定することができる．興味深い事実は，銀河中心から40〜60 kpcの距離まで銀河の回転速度 V_r が一定であることで，式(3-88)のように遠心力と重力が釣り合っているとすると，銀河の質量は

$$M(r)=\frac{rV_r^2}{G}\propto r \tag{3-98}$$

と中心からの距離に比例して増大することになる．星が輝いている領域の半径を r_* とすると，ダークマターの質量 M_{DM} と星の全質量 M_* の比は

$$\frac{M_{DM}}{M_*}=\frac{(r-r_*)}{r_*} \tag{3-99}$$

となる．$r=60$ kpc，$r_*=10$ kpc とすると，ダークマターの量は星の5倍にもなる．折しも，オストライカー(J.P. Ostriker)とピーブルス(P.J.E. Peebles)は，銀河円盤の総質量の5倍以上の質量がハロー領域に球対称に分布しておれば銀河円盤は安定であることをシミュレーションによって示し，ダークマターが銀河ハローに分布している可能性を示唆した．そのため，回転する銀河については，ダークハローと呼ばれるようになった．

一方，回転していない楕円銀河についても，そのダークマター量を推測する方法が考案された．楕円銀河の 80％以上で，星が分布する領域を遙かに越える領域から X 線が放射されていることが発見されたからである．この X 線は，そのスペクトルから温度が $T \sim 10^7$ K，その強度から密度が $n \sim 10^4$ m^{-3} の高温プラズマからの熱放射であると考えられている．ほとんどの楕円銀河から X 線が放射されていることから，高温プラズマは一時的なもの（その場合は，音速で銀河から逃れてしまうので，1 億年以下しか保てない）ではなく，楕円銀河に恒常的に付随しており，そのポテンシャルによって重力平衡にあると考えられる．プラズマの圧力を P とすると，重力平衡は

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho}{r^2} \tag{3-100}$$

と表される．両辺に $4\pi r^3 dr$ を掛けて，中心 $r=0$ から表面 $r=R$ まで積分すると，

$$\Phi = 3(\gamma - 1)U \tag{3-101 a}$$

というビリアル定理が得られる．ここに Φ は重力ポテンシャル，U は内部エネルギーで

$$\Phi = \int GM(r)\frac{dM}{r}, \quad U = \int \frac{4\pi r^2 P dr}{(\gamma - 1)} \tag{3-101 b}$$

と表される．これより，重力として働く質量は，おおざっぱに

$$M \sim \frac{kT}{m_\mathrm{p}} \frac{R}{G} \tag{3-102}$$

と近似できる．m_p はプラズマを構成する粒子の質量である．$T \sim 10^7$ K，$R \sim 50\, h^{-1}$ kpc とすると，この質量は $8 \times 10^{11}\, h^{-1}\, m_\odot$ となり，星の全質量の 5〜10 倍になる．楕円銀河にもダークマターが多く付随しているのである．

同様な議論は X 線を放出する銀河団にも適用できる．銀河団の中心領域から，温度 $T \sim 10^8$ K の高温プラズマが放射する X 線が観測されているためである．同じく，高温プラズマは重力平衡にあると仮定すると式 (3-102) が成立し，銀河団の中心から $R \sim 1.5\, h^{-1}$ Mpc の距離までの質量は 3×10^{14}

$h^{-1}\,m_\odot$ になる．銀河の総質量は $5\times10^{13}\,m_\odot$ 程度だから，やはり5倍以上のダークマターが存在しなければならないと結論される．

そこで，ダークマターの密度パラメターを近似的に求めておこう．銀河の空間密度 $\phi_*\sim10^{-2}\,h^3\,\mathrm{Mpc}^{-3}$ とし，銀河におけるダークマターの総質量を $M_{\mathrm{DM}}\sim10^{12}\,h^{-1}\,m_\odot$ とすると，

$$\Omega_{*,\mathrm{DM}}=M_{\mathrm{DM}}\cdot\frac{\phi_*}{\rho_{\mathrm{crt}}}\sim0.04 \tag{3-103 a}$$

となる．さらに，銀河団の観測は銀河の総質量の5倍のダークマターが存在していることを示しており，銀河の半分が銀河団に属しているとして

$$\Omega_{\mathrm{DM},0}\sim\frac{5\Omega_{*,\mathrm{DM}}}{2}\sim0.1 \tag{3-103 b}$$

がダークマターの大体の存在量であると推測できる．

3-6-6　銀河団調べ

最近，銀河団のさまざまな観測結果を集約して，宇宙全体でダークマターがどれくらい存在するかを推定する試みが出された（S. White による）．それを紹介しておこう．典型的な銀河団としてかみのけ座銀河団を考える．その半径は $r_{\mathrm{A}}=1.5\,h^{-1}\,\mathrm{Mpc}$ とする．

まず，銀河の質量・光度関係として

$$\left[\frac{M}{L}\right]=8.0\,h\left(\frac{L}{L_*}\right)^{0.35} \tag{3-104 a}$$

が観測より得られており，光度関数で平均すると，

$$\left\langle\left[\frac{M}{L}\right]\right\rangle=6.4\,h \tag{3-104 b}$$

が得られる．この場合の質量は，星として輝いているバリオン質量である．銀河の平均的な明るさを $\langle L\rangle=10^{10}\,h^{-2}\,L_\odot$ とすると，r_{A} 内の銀河の総数から，銀河として輝いているバリオンの総量は

$$M_{\mathrm{gal}}=(1.0\pm0.2)\times10^{13}\,h^{-1}\quad(m_\odot) \tag{3-104 c}$$

と推定できる．

銀河団には，X 線を放射する高温プラズマが分布しているが，その総質量は

$$M_{\text{gas}} = (5.5 \pm 1.0) \times 10^{13}\, h^{-5/2} \quad (m_{\odot}) \tag{3-105}$$

と見積もられる．この h 依存性は次のようにしてわかる．X 線の表面輝度 S_{X} から $L_{\mathrm{X}} \sim S_{\mathrm{X}}\,(R\theta)^2 \propto h^{-2}$ となるが，同時に $L_{\mathrm{X}} \sim n^2 (R\theta)^3 T^{1/2} \propto n^2 h^{-3}$ だから，プラズマ密度は $n \propto h^{1/2}$ である．したがって，プラズマの総質量は $M_{\text{gas}} \propto n (R\theta)^3 \propto h^{-5/2}$ となることがわかる．

一方，銀河団内部での銀河の速度分散と銀河の総数から，力学的に働く質量は

$$M_{\text{tot}} = (6.8 \pm 0.3) \times 10^{14}\, h^{-1} \quad (m_{\odot}) \tag{3-106}$$

である．

以上から，バリオン質量と力学質量の比として

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_{\mathrm{B},0}}{\Omega_0} &= \frac{(M_{\text{gal}} + M_{\text{gas}})}{M_{\text{tot}}} \\ &\geqq \frac{(1.0 \times 10^{13}\, h^{-1} + 5.5 \times 10^{13}\, h^{-5/2})}{6.8 \times 10^{14}\, h^{-1}} \\ &= 0.015 + 0.081 h^{-3/2} \end{aligned} \tag{3-107}$$

が得られる．不等号は，すべてのバリオンが観測されているわけではないので，観測値がバリオン量の下限値であることからくる．バリオン量として，ビッグバン宇宙初期での元素形成から得られた値の $\Omega_{\mathrm{B},0} \sim 0.013 h^{-2}$ を使うと，密度パラメターとして

$$\Omega_0 \leqq \frac{0.15 h^{-1/2}}{1 + 0.19 h^{3/2}} \tag{3-108}$$

という上限値が決まる．この議論からいいうることは，もし銀河団のバリオン量が宇宙の平均値と同じなら，$\Omega_0 = (0.1 \sim 0.2)$ であるということで，上のダークマターの量とよく一致している．もう 1 つの可能性として，銀河団には宇宙の平均より 10 倍多くバリオンが集積している場合で，この場合は $\Omega_0 \sim 1$ になりうる．しかし，銀河団形成のシミュレーションによれば，銀河

団に特にバリオンが集合する傾向は見られず，前者の可能性が高い．

3-6-7　平坦性問題

以上をまとめると，表3-2のようになる．おおざっぱにまとめると，星として輝いてバリオン質量は$\Omega_{*,0}$〜0.005，元素から求めたバリオンは$\Omega_{Z,0}$〜0.02であり，この差がガスとして銀河団や銀河間空間に分布している可能性が高い．一方，銀河の回転や銀河・銀河団のX線放射から求めた力学的質量はΩ_0〜0.2程度となり，これとバリオン量との差が観測によって確かめられているダークマターなのである．さらに，宇宙が臨界密度にあるとするなら$\Omega_0=1$だから，バリオン量の50倍のダークマターが存在しなければならないことになる．

なぜ，宇宙が臨界密度であると考えるかを述べておこう．1つは，第5章で述べるインフレーション宇宙を根拠とするのだが，もう1つ，昔から「平坦性問題」として論じられてきた難問があるからである．

式 (2-2) で宇宙定数をゼロとし，両辺を$H^2=(\dot{a}/a)^2$で割ると，

$$1-\Omega=-\frac{Kc^2}{a^2H^2} \tag{3-109 a}$$

になる．通常のフリードマン宇宙では，$a\propto t^n$ $(n<1)$, $H\propto t^{-1}$だから，Kがゼロでなければ式 (3-109 a) の右辺の時間依存性は，t^{2-2n}となる．いいかえると，時刻tにおけるΩと，現在の時刻t_0におけるΩ_0の間に

$$\frac{1-\Omega}{1-\Omega_0}=\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2(1-n)} \tag{3-109 b}$$

という関係が得られる．時間とともに密度パラメターは1からずれてきたことがわかる．現在の密度パラメターはΩ_0〜0.1とし，t_0〜10^{17}秒だから，この関係からtの小さい宇宙初期では，密度パラメターは非常に1に近かったことがわかる．宇宙の始まりをプランク時間の10^{-44}秒とすると，

$$(1-\Omega)\sim 0.9\times 10^{-122(1-n)} \tag{3-109 c}$$

になる．nは1/2〜2/3だから，プランク時刻でのΩは50桁以上の精度で

表 3-2 さまざまな方法による密度パラメターの値

方法	求められ値
星の光度関数による<[M/L]>比	$\Omega_{*,0}\sim0.0019\,h$
星の回転運動による<[M/L]>比	$\Omega_{r,0}\sim0.005$
赤外線での宇宙背景放射の強度	$\Omega_{z,0}\sim0.03\,h^{-2}$
ビッグバン宇宙の元素合成	$\Omega_{B,0}\sim0.013\,h^{-2}$
銀河団のダークマター	$\Omega_{DM,0}\sim0.1$

1に近くなければならない．なぜ，それほどの精度に微調整されたのだろうか．逆にいえば，なぜ現在 Ω_0 が1に近い値をもつのだろうか．これがフリードマン宇宙における平坦性問題と呼ばれる難題で，初めから $\Omega=1$($K=0$) であったとしない限り，この問題は解けないことになるわけである．

第4章
非一様な宇宙

前章では，宇宙が一様として宇宙論的パラメターの平均的な値を求める方法を紹介した．実際には，この宇宙は銀河を単位として物質が分布しており非一様である．そのために，物質密度は場所ごとに異なり，銀河の運動には銀河間の相互作用によって宇宙膨張以外の速度成分（特異速度という）が加わる．また，宇宙背景放射の強度も，かつての物質分布の非一様を反映して，場所ごとのゆらぎが生ずる．本章では，これらの非一様の解析を通じて宇宙パラメターを決定する方法や，宇宙の大規模構造や銀河の特異運動の起源を明らかにする方法を紹介する．これらの解析を通じて宇宙の進化を論ずることができるようになる．

4-1　重力不安定理論

まず最初に，密度分布の非一様が自己重力によってどのように成長するかを，線形理論によって調べよう．それによって密度・速度・宇宙背景放射の温度ゆらぎの関係を求めれば，観測との比較を通じて宇宙パラメターを決定することができることがわかる．

銀河やその大規模分布の形成に関する現在の正統的な理論は，宇宙初期に何らかの物理過程でつくられた密度ゆらぎが，自己重力によって成長したという重力不安定理論である．ここでは，宇宙の晴れ上がりの時期を初期条件にとり，以後の密度ゆらぎの振舞いをニュートン近似の下で線形理論（密度

ゆらぎの大きさが平均密度に比べて十分小さいとする場合）で調べよう．本来は一般相対性理論で調べねばならないことだが，①考える領域の大きさが宇宙の地平線や空間の曲率半径に比べ十分小さい，②物質の速度が光速に比べ十分小さい場合については，平坦な空間におけるニュートンの運動方程式を使ってよい．これをニュートン近似という．

宇宙に広がるガスの運動は完全流体と考えられるので，オイラー方程式を使う．それは

連続の式　$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\boldsymbol{u})=0 \tag{4-1 a}$$

運動方程式　$$\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\nabla)\boldsymbol{u}=-\nabla\phi-\frac{1}{\rho}\nabla P \tag{4-2 a}$$

ポアソン方程式　$$\Delta\phi=4\pi G\rho \tag{4-3 a}$$

である．これに，圧力 P と密度 ρ の間の関係である状態方程式を与えれば式は閉じる．ここで使っている空間座標 $\boldsymbol{r}$ は，空間に固定されたオイラー座標である．ところが宇宙は膨張しているから，座標自身が変化している．そこで，宇宙膨張分を除くために

$$\boldsymbol{x}=\frac{\boldsymbol{r}}{a} \tag{4-4}$$

と座標変換する．a は宇宙のスケールパラメターである．$(t,\ \boldsymbol{x})$ の座標系でオイラー方程式を書き換えると（$\boldsymbol{x}$ に関する微分を改めて ∇ と書く）

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}-H\boldsymbol{x}\cdot\nabla\rho+a^{-1}\nabla(\rho\boldsymbol{u})=0 \tag{4-1 b}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t}-H\boldsymbol{x}\cdot\nabla\boldsymbol{u}+a^{-1}\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}=-a^{-1}\nabla\phi-(a\rho)^{-1}\nabla P \tag{4-2 b}$$

$$\Delta\phi=4\pi G\rho a^2 \tag{4-3 b}$$

となる．ここで，$H=\dot{a}/a$ である．

ここで，密度，速度，重力ポテンシャルを，各々0次の一様膨張成分と，1次のそれからのずれの部分に分ける．

$$\rho\,(\boldsymbol{x},\ t) = \rho_0\,(t) + \rho_1\,(\boldsymbol{x},\ t) \tag{4-5 a}$$

$$P\,(\boldsymbol{x},\ t) = P_0\,(t) + P_1\,(\boldsymbol{x},\ t) \tag{4-5 b}$$

$$\boldsymbol{u}\,(\boldsymbol{x},\ t) = Ha\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}_1\,(\boldsymbol{x},\ t) \tag{4-5 c}$$

$$\phi\,(\boldsymbol{x},\ t) = \phi_0\,(\boldsymbol{x},\ t) + \phi_1\,(\boldsymbol{x},\ t) \tag{4-5 d}$$

これらを代入して，各次数に展開する．

(1) 0 次成分

$$\frac{d\rho_0}{dt} + 3H\rho_0(t) = 0 \tag{4-1 c}$$

$$\frac{\boldsymbol{x}d^2a}{dt^2} = -a^{-1}\nabla\phi_0 \tag{4-2 c}$$

$$\Delta\phi_0 = 4\pi G\rho_0 a^2 \tag{4-3 c}$$

これより

$$\rho_0 a^3 = \text{一定} \tag{4-6}$$

$$\phi_0\,(\boldsymbol{x},\ t) = 2\pi G\rho_0\,(t)\,a^2\boldsymbol{x}^2 \tag{4-7}$$

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho_0(t)}{3} \tag{4-8}$$

と，平坦な宇宙（$\Omega=1$）の膨張則が得られる．

(2) 1 次成分

密度のずれの量を

$$\delta\,(\boldsymbol{x},\ t) = \frac{\rho_1\,(\boldsymbol{x},\ t)}{\rho_0(t)} \tag{4-9 a}$$

と書いておくと，1 次の方程式は

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + a^{-1}\nabla\boldsymbol{u}_1 = 0 \tag{4-1 d}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{u}_1}{\partial t} + H\boldsymbol{u}_1 = -a^{-1}\nabla\phi_1 - a^{-1}c_s^2\nabla\delta \tag{4-2 d}$$

$$\Delta\phi_1 = 4\pi G\delta\rho_0 a^2 \tag{4-3 d}$$

となる．ここで，c_s は音速で，$c_s^2 = (dP/d\rho)_0$ と定義されている．これより，密度ゆらぎに関する微分方程式

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2}+2H\frac{\partial \delta}{\partial t}=4\pi G\rho_0\delta+a^{-2}{c_s}^2\Delta\delta \tag{4-9 b}$$

が得られる．空間的に正弦的な関数として

$$\delta\,(\boldsymbol{x},\ t)=A(t)\,\exp\,(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}) \tag{4-10}$$

とおくと，式（4-9 b）は

$$\frac{d^2 A}{dt^2}+2H\frac{dA}{dt}=4\pi G\rho_0 A-\left(\frac{c_s k}{a}\right)^2 A \tag{4-9 c}$$

となる．成長する解 $(dA/dt>0)$ が存在しうるのは

$$k<k_J=\left(\frac{4\pi G\rho_0 a^2}{{c_s}^2}\right)^{1/2} \tag{4-11 a}$$

の場合である．つまり，ゆらぎの波長が

$$\lambda>\lambda_J=\frac{2\pi}{k_J}=\left(\frac{\pi {c_s}^2}{G\rho_0 a^2}\right)^{1/2} \tag{4-11 b}$$

を満たすとき重力不安定が起こる．これがジーンズ波長である．等温的な変化の場合 (c_s＝一定)，ジーンズ波長は宇宙の膨張とともに減少するから，波長 λ のゆらぎが，初め安定ではあっても，やがてジーンズ波長より長くなり不安定に転ずるようなことが起こりうる．ジーンズ質量は

$$M_J=\left(\frac{\lambda_J}{2}\right)^3\rho_0=\left(\frac{\pi}{4G}\right)^{3/2}\left(\frac{{c_s}^3}{a^3{\rho_0}^{1/2}}\right) \tag{4-12}$$

と表される．

ゆらぎの波長 λ がジーンズ波長 λ_J より十分大きい場合 $(\lambda\gg\lambda_J)$，圧力項は無視できる．このとき，式（4-9 b）の解は

$$\delta\,(\boldsymbol{x},\ t)=D_1(\boldsymbol{x})\,t^{2/3}+D_2(\boldsymbol{x})\,t^{-1} \tag{4-13}$$

と書ける．右辺第1項が時間的に成長する解，第2項が減衰する解である．ゆらぎの成長を考える限りは，第1項のみを考慮すればよい．物質が卓越する平坦な宇宙の場合，$t\propto a^{3/2}\propto(1+z)^{-3/2}$ だから，密度ゆらぎの成長は

$$\delta(z)=\delta(z_0)\left(\frac{1+z_0}{1+z}\right) \tag{4-14 a}$$

と表されることがわかる．z_0 は規格化の時期である．この関係から，銀河が形成されるためには，宇宙の晴れ上がりの時点での密度ゆらぎの大きさがどれくらいでなければならないかが，以下のように推定できる．銀河が生まれるためには，自己重力がまわりの物質からの重力を上回らねばならず，密度ゆらぎ δ は 1 以上になる必要がある．このとき密度ゆらぎは，宇宙膨張とは独立した銀河と見なすことができる．そこで，最も緩い条件として，現在の $z=0$ で $\delta=1$ としよう．宇宙の晴れ上がりの時期は $z_0=z_d\sim1000$ のころだから，式（4-14 a）から

$$\delta(z_d)=\frac{\delta(0)}{1+z_d}\sim 10^{-3} \tag{4-14 b}$$

以上でなければならないことがわかる．一方，4-4 節に見るように，観測されている宇宙背景放射のゆらぎの大きさは，$\Delta T/T\sim10^{-5}$ のオーダーである．密度ゆらぎと温度ゆらぎの関係については，4-4 節で論じる．

ここで，速度のゆらぎ成分を調べておこう．式（4-3 d）のポアソン方程式の解は

$$\phi_1=4\pi G\rho_0 a^2\int\frac{\delta(\boldsymbol{y})\,d\boldsymbol{y}}{|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}|} \tag{4-15}$$

と表される．密度ゆらぎによって生じた重力加速度を

$$\boldsymbol{g}=-\frac{\nabla\phi_1}{a} \tag{4-16}$$

と書いておこう．いま，一般的に，成長する密度ゆらぎを $\delta=D(\boldsymbol{x})A(t)$ とおき，式（4-1 d）を積分すると

$$\boldsymbol{u}_1(\boldsymbol{x})=\frac{a\dot{A}}{A(1/4\pi)}\int\frac{(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})\,\delta(\boldsymbol{y})\,d\boldsymbol{y}}{|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}|^3} \tag{4-17 a}$$

となるから

$$\boldsymbol{u}_1=-\frac{fH\nabla\phi_1}{4\pi G\rho_0 a}=\frac{2f\boldsymbol{g}}{3H\Omega} \tag{4-17 b}$$

と表すことができる．ここに

$$f=\frac{dA/dt}{AH}=\frac{dA/da}{A/a} \qquad (4\text{-}18\,\mathrm{a})$$

である．式 (4-17 b) が，密度ゆらぎに伴って生じた特異速度である．$\Omega=1$ の場合，$f=1$ であり，$H=2/3t$ だから

$$u_1=gt \qquad (4\text{-}17\,\mathrm{c})$$

という簡単な表式になる．一般的な Ω の場合

$$f\sim\Omega^{0.6} \qquad (4\text{-}18\,\mathrm{b})$$

という近似式が得られている．

以上から，銀河の空間分布のゆらぎ δ，およびそれらの特異速度 $\boldsymbol{u}_1$ の観測から，宇宙の密度パラメターを決定できることがわかる．

4-2　銀河分布

1924 年にハッブルによって，この宇宙は銀河という形で物質が分布していること，つまり「銀河宇宙」の抽象が確立された．その後の 70 年の宇宙観測は，銀河が宇宙空間にどのように分布し，どのような構造をつくっているか，を探ることにあったといえる．いいかえると，宇宙は局所的には非一様でさまざまな構造が存在するが，大局的には一様であると考えられるから，どのスケールまで観測を広げると一様と見なせるかを明らかにする努力が続けられてきた．その結果として，この宇宙を真に代表するパラメター (H_0, Ω_0, k_0 など) が決定でき，そこからのずれである δ や $\boldsymbol{u}_1$ が正確にわかることになる．そのためには，大量の銀河のサンプルについて空間分布を調べなければならない．しかし，それには銀河の距離測定を正確に行う必要があるが，20 Mpc を越える距離ではセファイド型変光星を使うことができない (星 1 つ 1 つを分離して見かけの明るさが測れなくなるため)．結局，宇宙膨張に関するハッブルの法則 $v=H_0R$ を利用するしかない．銀河の後退速度 (赤方偏移) を測定し，それを距離の指標と見なすのである．しかし，銀河の後退速度には宇宙膨張成分以外に特異速度も含まれているから，必ずしも正

確な距離ではない．さらに，銀河の後退速度を測定するにはスペクトル観測が必要で，遠方の暗い銀河の光を波長ごとに分けて受けるためには長時間観測をしなければならず，なかなか成果が上がらなかった．1980年代からCCDが宇宙観測に使われるようになり，銀河の赤方偏移サーベイが急速に進むようになった．以下では，まず宇宙の大規模構造と呼ばれる銀河の大局分布についてまとめ，次に銀河分布の定量的な表現の1つである2体相関関数の方法を紹介する．この2体相関関数は密度ゆらぎ $\delta(\boldsymbol{x}, t)$ と関係しているから，重力不安定理論と結びつける有力な方法である．

4-2-1 宇宙の大規模構造

銀河が集団を組んでいる傾向は，1930年代から気づかれていた．たとえば，銀河系とアンドロメダ銀河を中心として1 Mpcくらいの範囲に約20個の銀河が局所銀河群をつくっている．このような銀河群は，私たちから20 Mpc内に50個以上存在している．また，シュミット写真を利用して天球上に銀河が密集している領域をピックアップし，明るさが似た銀河は同じ距離にあって集団を組んでいるとして銀河団のカタログが作成されている．表4-1に，銀河団を構成する銀河の数とそのような銀河団の個数比をまとめている．確かに，銀河は単独で一様に分布しているのではなく，集団をつくる傾向がある．

さらに，1950年代にドヴォクルール（G. de Vaucouleurs）は，私たちから20 Mpc内にある銀河・銀河群そしておとめ座銀河団の分布を丁寧に調べ，局所超銀河団という，銀河団を越える大構造が存在すると主張した．彼の研究によると，おとめ座銀河団を中心にして，半径20 Mpc，厚み数Mpcの

表 4-1 構成銀河数と銀河集団の存在比率

構成銀河数	300以上	200〜299	130〜199	80〜129	50〜79
銀河団の比率	1	6	68	383	1224

構成銀河数が100以下のものを銀河群(Group)，100以上のものを銀河団(Cluster)と呼ぶ．

円盤状に銀河が数千個群がっており，私たちの銀河系はその端にある．銀河(100 kpc スケール)，銀河群や銀河団（1〜3 Mpc スケール)，さらにそれらの大集団(数十 Mpc スケール)と，サイズが1桁ずつ大きい銀河宇宙の階層構造の存在が指摘されたことは重要である．このような超銀河団は，ペルセウス座，かみのけ座，ヘラクレス座などの方向にも発見されており，宇宙の普遍的な構造であることがわかってきた．これらは，銀河や銀河団が鎖状に長さ 100 Mpc 以上にわたって連なっている．

以上は，いわば銀河が集中した部分のみをピックアップした観測だが，1980 年代に入ってから，天球上のある広い領域の銀河の3次元分布を徹底的に調べる観測が行われるようになった．これを銀河のマッピング（銀河地図作り）と呼ぶ．

その第一番目の発見は，銀河は鎖状・フィラメント状・面状に連なって分布するのに対し，銀河がほとんど存在しない領域が大きく広がっているというものである．これを空洞と呼んでいる．1981 年に，うしかい座の方向の深さが 200 Mpc に及ぶ銀河の奥行き分布の観測から，ほぼ 100 Mpc にもわたる銀河の空洞が初めて発見され，その後多数の空洞の存在が確認されている．宇宙空間は，銀河が存在しない空っぽの空間が大きく広がっているというイメージである．それでは，銀河がつくるさまざまな階層構造と空洞との幾何学的な関係はどうなっているのだろうか．

それを知るためには，天球上の広い領域の多数の銀河の3次元分布を詳しく調べ，立体構造を明らかにしなければならない．これをワイド・フィールド・サーベイという．ハーバード大学のゲラー（M. Geller）たちは，8年に及ぶ銀河の距離測定を行い，宇宙は「泡構造」をつくっていることを明らかにした．かれらが採った方法は以下のような手順による．まず，シュミット写真から，見かけの明るさが 15.5 等より明るい銀河をピックアップする．次に，天球面のある領域を選んで，そこに見える銀河すべてのスペクトルを撮る．その赤方偏移の量が距離のめやすとなる．こうして，北天域の赤経で 135 度分，赤緯で6度分の領域内の銀河 1700 個について，深さ 200 Mpc の

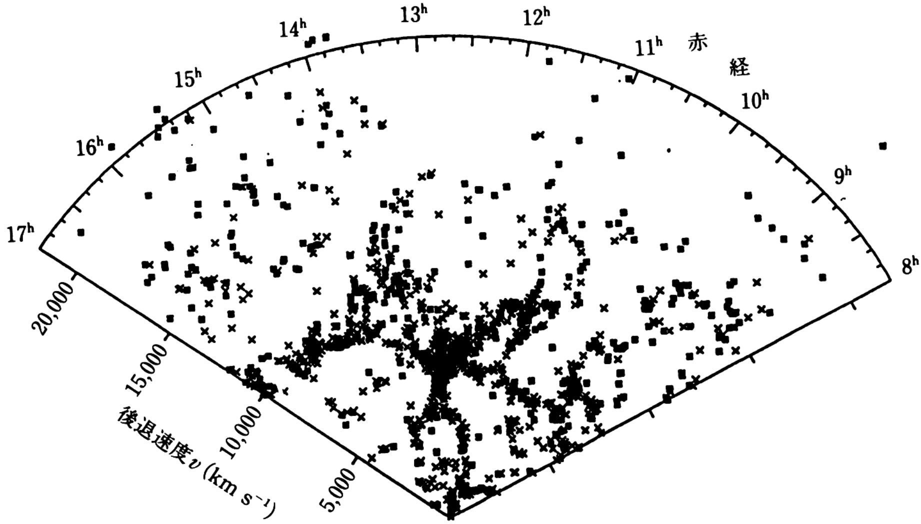


図 4-1 ワイド・フィールド・サーベイによる銀河の奥行き分布（M.J. Geller and J.P Huchra, 1988：in *Large-Scale Motins in the Universe,* V.C. Rubin and G.V. Coyne eds., Princetnn University Press より）

奥行き分布が決定された．その結果を図 4-1 に示している．この図からわかるように，銀河は細く長く伸びた形で連なっている．特に，銀河が多数集中している領域が，これまで超銀河団と呼ばれていたものである．超銀河団は孤立して分布しているのではなく，それらをつなぐように銀河が連なっていることがわかる．一方，銀河が存在しない空洞は，丸く大きく広がっており，「泡」状に見える．それらは，銀河が連なった泡の膜で互いに隔てられている．一見すると，シャボンの泡が互いにぶつかりあっているように見えるので，泡構造と呼ばれるようになった．泡(空洞)の大きさは，直径で 10〜100 Mpc にもなる．

このような観測は南天でも行われ，また北天でもより広い領域に広げられた．その総まとめが図 4-2 である．銀河の総数は 7000 個を越えており，宇宙の銀河地図として現在で最大のものである．この地図から，銀河はさらに大きな構造をつくっていることがわかる．北天部に 200 Mpc を越える，銀

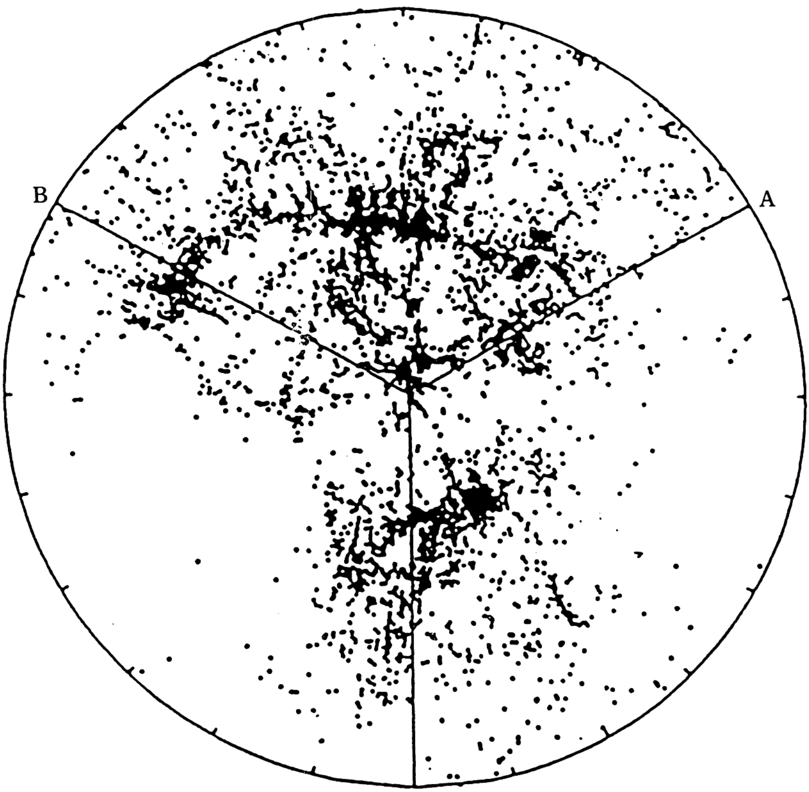


図 4-2　天球上の全方位の銀河の奥行き分布（M. Geller and J.P. Huchra., 1989：*Science,* **246,** 897 より）
私たちはこの円の中心にいる．円の大きさは約 200 Mpc である．

河が集中した連なりが「壁」をなすように並んでいる．ここには，超銀河団を含め数千個の銀河が集中しており，「グレート・ウォール（万里の長城）」と呼ばれている．泡構造よりさらに大きい，壁状に銀河が集中した構造が宇宙空間を区切っており，その中に何個もの泡が含まれている．このグレート・ウォールは南天にも存在しており，どうやら，この巨大構造も宇宙の普遍的な構造と考えてよさそうである．

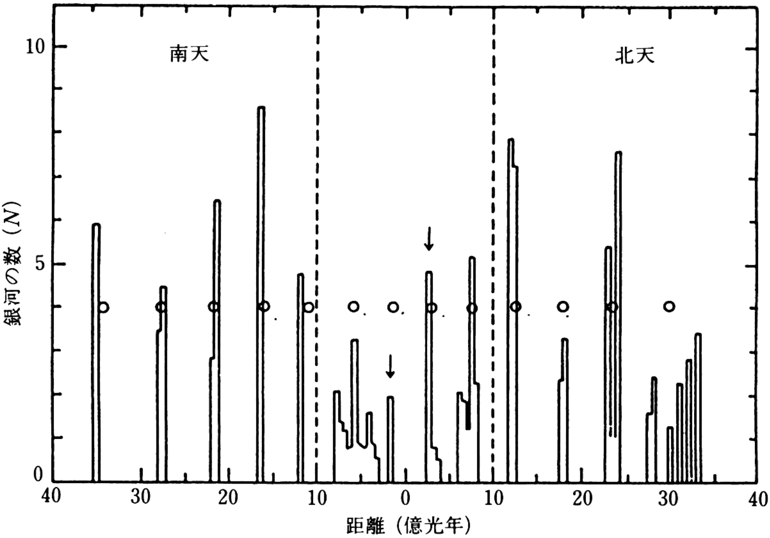


図 4-3 ペンシルビーム・サーベイによる銀河の奥行き分布 (T.J. Broadhurst *et al.*, 1990 : *Nature*, **343**, 726 より)
矢印は，グレート・ウォールの位置で，○印は等間隔を仮定した場合の位置.

その間接的な証拠が，ワイド・フィールド・サーベイと相補的な観測から得られている．これは，ペンシルビーム・サーベイと呼ばれている観測で，非常に狭い領域（月の半分くらいの面積）だが，22 等というスペクトルが撮れる限界に近い銀河までその赤方偏移を測定するものである．これにより，ほぼ 1000 Mpc の深さまでの銀河の奥行き分布が得られた．クー (D. Koo) たちは，天の北極方向，それより 4 度ずれた方向，天の南極方向，それより 4 度ずれた方向の，計 4 方向についてペンシルビーム・サーベイを行った．およそ，1 方向で 100 個の銀河を観測する．図 4-3 に，距離と銀河の数の関係がプロットされている．この図から，銀河が集中した領域(分布のピーク)と銀河が存在しない領域がくっきり分かれていることがわかる．銀河は連続的に（なめらかに）分布しているのではなく，空間的に大きく凸凹がついているのである．そして，北と南の一番初めのピークは，先のグレート・ウォールと一致している．したがって，さらに遠方のピークもグレート・ウォー

ルと考えていいだろう．とすると，100〜200h^{-1} Mpc くらいの間隔でグレート・ウォールが分布していることになる．さて，それが全体としてどのような構造となっているかについては，現在観測が及んでいない．今後の課題である．

以上は，あくまで，銀河の後退速度が距離の指標となっているとして得た構造である．ここで，実際の空間分布とは異なっている可能性があることを指摘しておきたい．図 4-4 のように，巨大な銀河団があるとしよう．すると，その周辺の銀河は銀河団からの重力によって，銀河団に引きつけられるような力を受けるだろう．その結果，それらの銀河は銀河団方向の特異速度を得ることになる．すると，私たちから見て銀河団の手前の銀河には，特異速度が宇宙膨張に足し合わされるので，大きな後退速度として観測される．したがって，観測された後退速度をそのまま距離に変換すると，手前側にある銀河は実際より銀河団に近くあるように解釈される．逆に，銀河団の向こう側の銀河には，特異速度分だけ宇宙膨張が遅くなるので，小さな後退速度として観測される．そのため，その銀河は実際より銀河団に近くあるように解釈される．したがって，グレート・ウォールは，必ずしも銀河がこのように壁状に集中しているとは限らないことを留意しておく必要がある．

4-2-2　銀河分布の定量的な表現

以上は，銀河分布の観測結果をそのまま図示したもので，形や大きさを直感的にとらえるには便利である．しかし，数値シミュレーション結果との比較や異なった領域の構造の比較を行うためには，構造を何らかの方法で定量化し，特徴的な数値や関数形を求めておく必要がある．形や構造を解析する物理学や数学の手法はまだ十分開発されておらず，銀河分布の定量化についてもいくつかの方法が提案されてきたが，データの不足もあって信頼できる方法は少ない．ここでは，単純なフラクタル次元を調べる方法と，1970 年代に木原太郎らによって提案された 2 体相関関数の方法を紹介しよう．

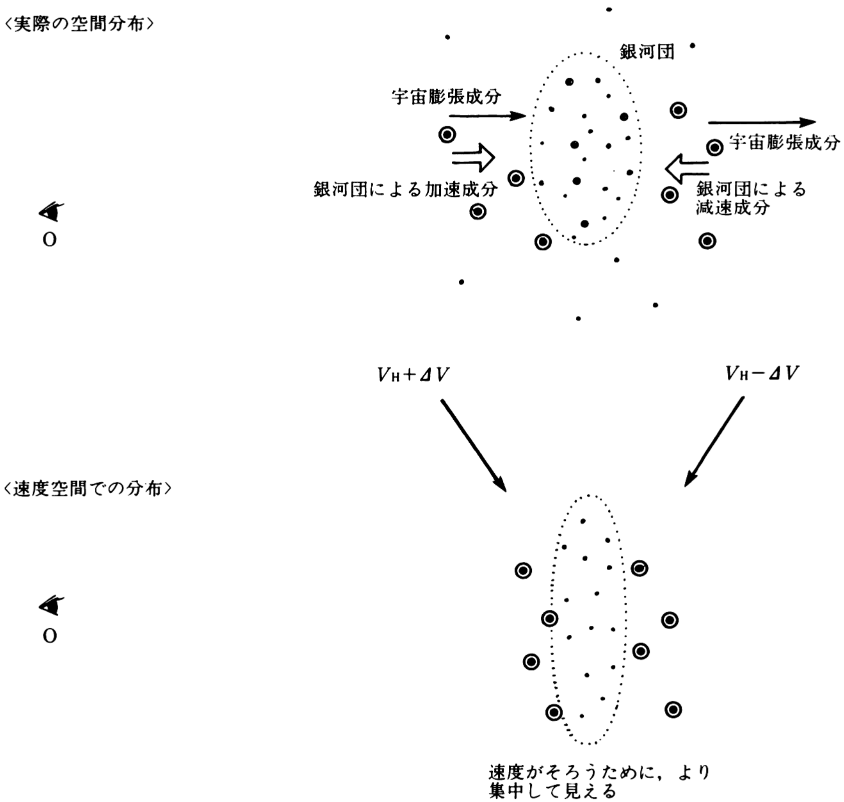


図 4-4 実際の銀河の空間分布と速度空間での銀河分布

(a) 銀河分布のフラクタル次元

フラクタルとは，「自己相似性」を有するもののことで，部分を拡大すると全体と同じような構造になり，観測の尺度を変えても見え方が変わらない性質を意味している．雲の形や樹の枝の分岐がフラクタルの典型である．そのような場合，構造はベキ関数で表されるが，そのベキをフラクタル次元といい（一般に非整数），これによって構造の特徴を定量化することができる．

銀河分布の構造はフラクタルであることが知られている．そのフラクタル

次元は次のようにして求めることができる．距離が測定されている銀河カタログにおいて，ある銀河から距離 r 内にある銀河の総数を数え，これを全銀河を基準にして行って，その平均 $\bar{N}(<r)$ をとる．その結果を

$$\bar{N}(<r)=Ar^{\mathrm{d}} \tag{4-19}$$

と近似する．ここに，A は定数で，ベキ d がフラクタル次元である．銀河分布が一様なら $d=3$ となるが，実際の銀河分布では $d\sim 1.3$ である．距離 r 内にある銀河の密度は

$$n(r)\propto\frac{\bar{N}(<r)}{r^3}\propto r^{-\gamma},\quad \gamma=3-d\sim 1.7 \tag{4-20}$$

となって，距離 r が小さい方が密度が高いから，銀河は集団化する傾向を表している．この γ は，次に見る2体相関関数のベキに近いことが興味ある点である．銀河がこのようなフラクタル次元をもつことが，オルバースのパラドックスを解決する1つの解釈にもなることを指摘しておきたい．オルバースのパラドックスとは，もし宇宙が無限であり，そこに無限個の星が存在している場合，夜空は明るいはずと主張するものである．その根拠は，星の明るさは距離の2乗に反比例して暗くなるが，星の数は距離の3乗に比例して増加するから，その積である夜空の明るさ $i(r)$ は r に比例し，無限宇宙では無限に明るくなる．フラクタル宇宙では，星の数は r^d でしか増えないから，夜空の明るさは $i(r)\propto r^{d-2}$ に比例し，$d<2$（あるいは，$\gamma>1$）なら，無限宇宙でも夜空は明るくならないことになる．

(b)　2体相関関数

距離 r だけ離れた2つの体積要素 dV_1 と dV_2 の双方に銀河を見出す確率 dP に関係して

$$dP=n^2[1+\xi(r)]\,dV_1dV_2 \tag{4-21}$$

で定義される $\xi(r)$ が，2体相関関数である．n は，調べている体積 V，銀河総数 N から決まる銀河の平均個数密度 $n=N/V$ である．銀河がまったくランダムに分布していると（ポアソン分布），$\xi=0$ である．ξ は，距離 r

離れた銀河のペア数の全体のペア数に対する割合を表している．

実際の銀河分布の2体相関関数を調べるには，観測された領域が有限であるために境界の取扱いが問題となる．そこで，同じ領域に銀河をランダムに分布させ，このモデル分布の相関と比べるという方法が採られている．銀河の集合を D，一様ランダムな銀河の集合を R としよう．D の中から1つの銀河を選び，それから距離 $(r,\ r+dr)$ にある R の銀河数の平均を $<DR(r)>$ とする．同様に，D から1つの銀河を選び，それから距離 $(r,\ r+dr)$ にある D の銀河数の平均を $<DD(r)>$ とする．集合 R 内の銀河どうしについてはランダム分布であることから $\xi=0$ であり，実際の銀河分布の2体相関関数は

$$<DD(r)>=<DR(r)>[1+\xi(r)] \tag{4-22}$$

と表される．

図4-1に示した銀河のワイド・フィールド・サーベイで得られている銀河分布についての2体相関関数を調べ，$0.1h^{-1}$ Mpc $<r<10h^{-1}$ Mpc の範囲で

$$\xi_G(r)=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\gamma}$$

$$r_0=5.4\pm1h^{-1}(\mathrm{Mpc}),\ \gamma=1.77\pm0.04 \tag{4-23}$$

という値が得られている．銀河は距離 r_0 内では ξ が1以上となって相関が強いため，さらに3体や4体の相関を調べなければならない．また，この r_0 が観測領域の上限 $10h^{-1}$ Mpc（銀河団の階層の大きさ）に近いことから，銀河の分布はどのスケールでも相関が強く，相関を摂動として扱うことができないことを意味している．また，$r<r_0$ では，ξ は銀河の平均密度に比例するから，その距離の関数からフラクタル次元は $d=3-r=1.23$ となることがわかる．これは，上で求めたフラクタル次元に近い．

この2体相関関数は，構成銀河数が多い大銀河団についても計算されており，距離が $5h^{-1}$ Mpc $<r<150h^{-1}$ Mpc の範囲で

$$\xi_C(r)=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\gamma}$$

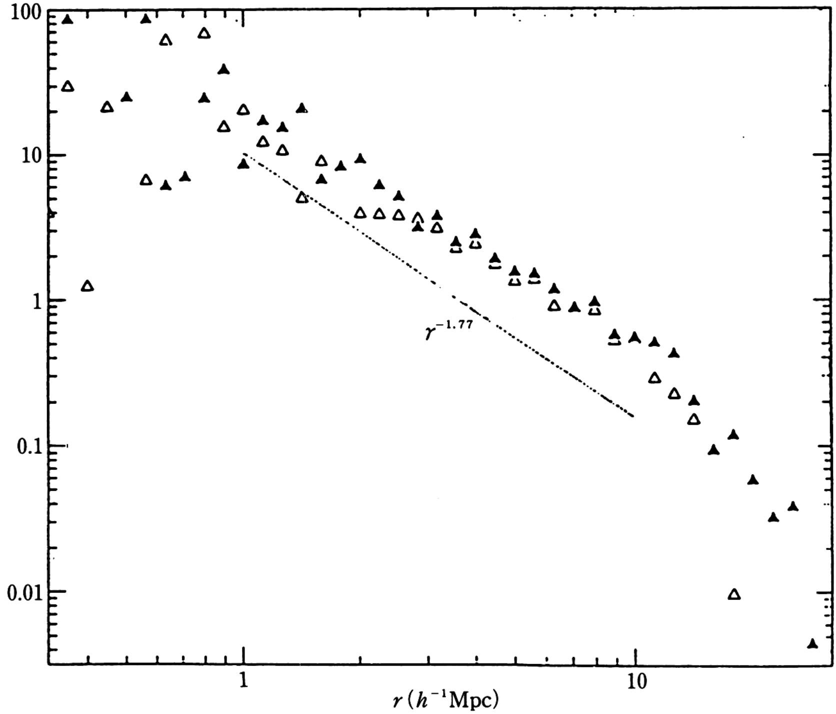


図 4-5　銀河の 2 体相関関数（M. Davis, 1986：*13th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics,* p.289, World Science より）
▲は北天域，△は南天域の銀河．

$$r_0 = 18h^{-1}\,\mathrm{Mpc}, \quad r = 1.8 \qquad (4\text{-}24)$$

が得られている．ただし，大銀河団についてはサンプルの数が少ないので，銀河の 2 体相関関数に比べ結果の信頼度は低い．

しかし，興味深いのは，銀河と銀河団という階層構造は異なっていても，相関関数のベキが似ていることである．このことは，銀河と銀河団は同じような法則で空間分布が決まっていることを意味している．ところが，同じ距離（たとえば，$r=10h^{-1}$ Mpc）で比べると，銀河団の方が相関が強く，銀河と銀河団は連続分布ではない．さて，このことはいったい何を意味している

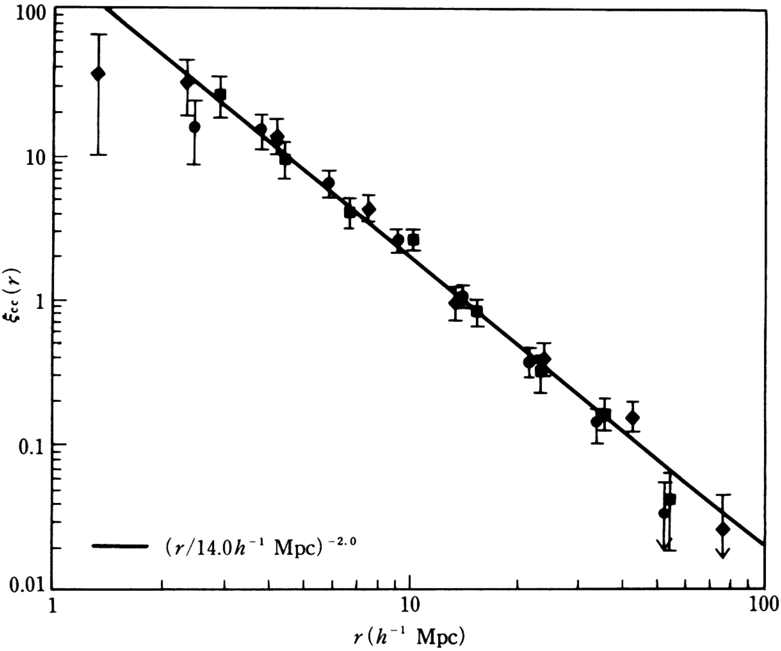


図 4-6 銀河団の 2 体相関関数 (A. Dalton *et al*., 1994 : *Month. Not. Roy. Astron, Soc.*, **271**, L 47 より)

のだろうか．まだ，未解決の問題である．

2 体相関関数が，4-1 節で調べた銀河分布の密度ゆらぎの大きさと関連していることを示しておこう．銀河分布の小さなサイズのゆらぎをならすために

$$\int W(\boldsymbol{r})\,d\boldsymbol{r}=1 \tag{4-25}$$

を満たし，原点を中心として半径が R 程度の領域でのみ大きな値をとるウィンドウ関数 $W(\boldsymbol{r})$ を導入し，半径 R の領域の平均密度を

$$\bar{n}(R)=\int d\boldsymbol{r}W(\boldsymbol{r})\,n(\boldsymbol{r}) \tag{4-26}$$

と定義する（実際には，銀河分布は離散的だが，空間的になめらかとしてい

る)．多数のサンプルについての $n(R)$ の統計的平均 $<n(R)>$ は $\bar{n}$ と一致し，その分散は

$$<[\bar{n}(R)-\bar{n}]^2> = \bar{n}^2 \int d\boldsymbol{r} W_2(\boldsymbol{r})\xi(\boldsymbol{r}) \tag{4-27 a}$$

となる．ただし

$$W_2(\boldsymbol{r}) = \int d\boldsymbol{r}' W(\boldsymbol{r}')W(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{4-28}$$

である．ガウス型のウィンドウ関数

$$W(\boldsymbol{r}) = (\pi R^2)^{3/2} \exp[-(r/R)^2] \tag{4-29}$$

を仮定すると

$$\frac{<[\bar{n}(R)-\bar{n}]^2>}{\bar{n}^2} = \frac{2}{(2\pi)^{1/2}R^3}\int dr r^2 \exp\left[\frac{-(r/R)^2}{2}\right]\xi(r) \tag{4-27 b}$$

となる．左辺は半径 R の領域の密度ゆらぎの振幅の2乗となっていることがわかる．これより

$$J_3(R) = \int dr r^2 \xi(r) \tag{4-30}$$

が，密度ゆらぎの振幅についての情報を与えていることがわかる．

密度ゆらぎ $\delta=\rho_1/\rho_0$ をフーリエ展開し

$$\delta(\boldsymbol{x}, t) = \int_0^\infty \delta(\boldsymbol{k}, t)\exp(i\boldsymbol{kx})\,d\boldsymbol{k} \tag{4-31}$$

と書こう．ここで，$\delta(\boldsymbol{k}, t)$ はゆらぎのスペクトルと呼ばれる関数で，ゆらぎの波数と振幅の関係を表している．2体相関関数は

$$\begin{aligned}\xi(r) &= <\delta(\boldsymbol{x})\delta(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})> \\ &= 4\pi\int_0^\infty dk k^2 |\delta(k)|^2 \frac{\sin(kr)}{kr}\end{aligned} \tag{4-32}$$

と表され，$J_3(R)$ は

$$J_3(R) = 4\pi R^3 \int_0^\infty dk k^2 |\delta(k)|^2 \frac{j_1(kR)}{kR} \tag{4-33}$$

と書ける．$j_1(z)$ は球面ベッセル関数である．

以上のように，ゆらぎのスペクトルの初期値を与え，線形段階なら式（4-9 b）によって各波数 k についての時間変化を解けば，2 体相関関数と J_3 を計算することができる．通常，ゆらぎのスペクトルの初期条件として

$$|\delta(\boldsymbol{k},\ t_i)|^2 = Ak^n \tag{4-34}$$

という波数 k についてのベキ関数が仮定されている．特に卓越すべき波長が存在するとは考えられないからである．$n=0$ は，どの波数も全く同じ振幅だから，いわゆる白色ノイズである．$n=1$ の場合がハリソン - ゼルドヴィッチ (Harrison - Zeldovich) のスペクトルと呼ばれており，宇宙初期のメトリックのゆらぎが波数 k に依存しないという条件から得られたものである．銀河形成の数値シミュレーションにおいては，n を適当に選び，現在観測されている 2 体相関関数と J_3 を満たすように式 (4-34) の振幅 A が設定されている．

(c) 角度 2 体相関関数

実際の銀河カタログでは，銀河の距離が精度よく測られている場合が少なく，天球上の位置しかわからない場合が多い．そんな場合は，角度 2 体相関関数が調べられている．天球上で角度 θ だけ離れた立体角が $d\Omega_1$ と $d\Omega_2$ の双方の領域に銀河が存在する確率を

$$dP = \bar{N}^2 d\Omega_1 d\Omega_2 [1 + w(\theta)] \tag{4-35 a}$$

と書いたときの $w(\theta)$ が角度 2 体相関関数である．$\bar{N}$ は，単位立体角あたりの平均銀河数である．2 体相関関数 ξ を用いると

$$dP = n^2 d\Omega_1 d\Omega_2 \int (r_1 r_2)^2 dr_1 dr_2 [1 + \xi(r_{12})] \tag{4-35 b}$$

と表される．ここで $r_{12} = (r_1{}^2 + r_2{}^2 - 2r_1 r_2 \cos\theta)^{1/2}$ である．したがって，角度 2 体相関関数は

$$w(\theta) = \frac{\int (r_1 r_2)^2 dr_1 dr_2 \xi(r_{12})}{\left(\int r^2 dr\right)^2} \tag{4-36 a}$$

となる．$\xi=(r_0/r)^\gamma$ とすると

$$w(\theta)\sim\theta^{1-\gamma}\left(\frac{r_0}{D_*}\right)^\gamma \tag{4-36 b}$$

と近似できる．ここに D_* はサンプルの特徴的な深さで，絶対光度 L_* の銀河の見かけの限界光度 l から，$D_*=(L_*/4\pi l)^{1/2}$ と定義される．実際の銀河の角度2体相関関数は傾きが $(1-\gamma)\sim-0.8$ であり，サンプルの深さ D_* への依存性もよく成立している．

4-3　銀河の特異運動

ドップラー効果から求めた銀河の視線方向速度には，宇宙の一様膨張による速度成分 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}$ と銀河間の相互作用による特異運動の速度成分 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}$ が含まれている．これらを分離するためには，銀河までの距離 $\boldsymbol{r}$ を正確に測って，宇宙膨張の速度をハッブルの法則から $\boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}=H_0\boldsymbol{r}$ と求め，実際のドップラー偏移の観測から得られた速度 $\boldsymbol{v}_0$ との差，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}=\boldsymbol{v}_0-\boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}$ を決める必要がある．以下では，まずこれまで得られている特異運動速度をまとめ，それからどのように密度パラメターを推定するかを述べる．

4-3-1　宇宙背景放射に対する地球の運動

宇宙背景放射が発見されて間もなく，この背景放射を全天にわたって観測し，その強度が方向とともにどのように変化するかが調べられた．その結果，角度とともに正弦曲線型で変化していることがわかった．天球のある方向P（赤経 $l=265$ 度，赤緯 $b=48$ 度）で強く，それと全く反対方向で弱くなっているので，宇宙背景放射の双極型非等方と呼ばれている．これを

$$T(\theta)=T_0+T_1\cos\theta \tag{4-37 a}$$

と書くと

$$T_1=3.343\pm0.008\quad(\mathrm{mK}) \tag{4-37 b}$$

の大きさである．角度 θ は，視線と方向Pの間の角度である．この双極型

非等方は，宇宙背景放射が静止する系に対しての地球の運動によって生じたドップラー効果によると考えられている．宇宙背景放射の静止系での光子の分布関数は

$$F(\omega_0)=\frac{1}{\exp(\hbar\omega_0/kT_0)-1} \qquad (4\text{-}38\,\mathrm{a})$$

で表される．この系に対し速度 $\boldsymbol{v}_0$ で運動する観測者にとっては，ドップラー効果によって光子のエネルギーは

$$\hbar\omega=\hbar\omega_0\frac{1-\beta\cos\theta}{(1-\beta^2)^{1/2}} \qquad (4\text{-}39)$$

と観測される．ただし，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{v}_0/c$ で，角度 θ は速度 $\boldsymbol{v}_0$ の方向と光子が来る方向の角度である．これを式(4-38 a)に代入すると，観測者から見た光子の分布関数は

$$F(\omega)=\frac{1}{\exp(\hbar w/kT(\theta))-1} \qquad (4\text{-}38\,\mathrm{b})$$

になるから，見かけ上の温度は

$$T(\theta)=T_0\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{(1-\beta\cos\theta)} \qquad (4\text{-}40\,\mathrm{a})$$

となる．$\beta\ll1$ のとき

$$T(\theta)=T_0(1+\beta\cos\theta) \qquad (4\text{-}40\,\mathrm{b})$$

と近似できるから

$$T_1=T_0\beta \qquad (4\text{-}40\,\mathrm{c})$$

が得られる．$T_0=2.735$ K とし，式（4-37 b）の結果を用いると

$$v_0=370\pm10 \quad (\mathrm{km\,s^{-1}}) \qquad (4\text{-}41)$$

となる．

この速度成分には，地球の公転速度，太陽系の銀河系中心回りの回転速度，銀河系そのものの特異運動成分が含まれている．前2者はよくわかっているが，後者については銀河系の特異運動を詳しく調べなければならない．そこでまず銀河系が属する局所銀河群の運動，次に局所銀河群のおとめ座銀河団に対する運動，さらにおとめ座銀河団を含めたより広い領域の銀河や銀

河団がどのような特異運動をしているかが調べられてきた．このように領域を広げていくことにより，実際の銀河系の特異運動を絞り込んでいく方法が採られているのである．当然ながら，特異速度の検出には，距離の測定が必要であり，場合によってはモデルが入ることもあり，観測できる領域にも限界があるから，まだ完全な解答は得られていない．以下では，距離に応じてどのような方法で特異運動を検出しようとしているかの手順を紹介する．

4-3-2　銀河の特異運動

銀河系の局所銀河群に対する特異速度の検出には，まず局所銀河群に属する銀河をピックアップし，その後退速度 $\boldsymbol{v}_0$ と距離 $\boldsymbol{r}$（変光星を使う）を測定する．次に，銀河系の局所銀河群に対する特異速度 $\boldsymbol{v}_{\rm P}$ を仮定して個々の銀河のハッブル速度 $\boldsymbol{v}_{\rm H}=\boldsymbol{v}_0-\boldsymbol{v}_{\rm P}$ を求める．そこで，適当に採用したハッブル定数 H_0 の下で，$\boldsymbol{v}_{\rm H}=H_0\boldsymbol{r}$ が最も精度よく成立するように $\boldsymbol{v}_{\rm P}$ を決定する．こうして得られた局所銀河群への銀河系の運動は

$$\text{大きさ：}v_{\rm P}=300\ {\rm km\ s^{-1}},\ \text{方向：}l=90\ \text{度},\ b=0\ \text{度} \tag{4-42}$$

であった．この速度と，上の宇宙背景放射の双極型非等方から得られた速度との差をベクトル的に求めると，局所銀河群の宇宙背景放射の静止系への特異速度が

$$\text{大きさ：}v_{\rm P}=600\ {\rm km\ s^{-1}},\ \text{方向：}l=268\ \text{度},\ b=27\ \text{度} \tag{4-43}$$

と求められる．この局所銀河群の特異速度は，ハッブルの法則からのずれにしては大きすぎるので，局所銀河群よりさらに大きいスケールで特異運動をしていると考えざるをえない．

銀河系が属する局所銀河群は，おとめ座銀河団を中心とする局所超銀河団の端のほうに位置し，その逆方向には比較的銀河は少ない．したがって，周辺の銀河から銀河系にかかる重力はおとめ座銀河団方向に偏っている．そのために，局所銀河群にはおとめ座銀河団からの宇宙膨張にブレーキをかける力が働く．これを一様に膨張する共動座標から見れば，おとめ座銀河団への落下運動のように見えるので Virgo Infall と呼んでいる．この運動速度の検

出には，まず，おとめ座銀河団までの距離に対応する $20h^{-1}$ Mpc 内の銀河を全天からまんべんなくピックアップし，その後退速度 $\boldsymbol{v}_0$ と距離 $\boldsymbol{r}$ を測定する．あとは，上と同じ方法で特異速度を決定する．その結果，局所銀河群のおとめ座銀河団への特異運動は

$$\text{大きさ：} v_{\mathrm{P}}=170\ \mathrm{km\ s^{-1}},\ \text{方向：} l=284\ \text{度},\ b=75\ \text{度} \qquad (4\text{-}44)$$

と推定されている．これでは，式 (4-43) と大きさも方向も違っているので，さらに大規模なスケールで特異運動をしていると考えられる．

おとめ座銀河団を越えた領域では変光星を距離の指標として使えない．そこで，銀河の距離測定の方法として，3-1 節で紹介した楕円銀河についてのフェイバー - ジャクソン (FJ) 関係，回転する渦巻銀河についてのタリー-フィッシャー (TF) 関係を利用する．まず，後退速度がある大きさまでの銀河を全天からまんべんなくピックアップし，その速度分散 σ または回転速度 v_{r} を測定する．次に，FJ または TF 関係式から絶対光度を求め，見かけの明るさと比較して距離 r を決定する．適当に仮定したハッブル定数から，各銀河のハッブル速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}=H_0\boldsymbol{r}$ を見積もり，実際に観測されている後退速度 $\boldsymbol{v}_0$ との差 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}=\boldsymbol{v}_0-\boldsymbol{v}_{\mathrm{H}}$ を特異速度とする．最後に，こうして得られた特異速度が距離とともにどのように変化しているかを，天球上のさまざまな方向について調べる．特異速度が距離に関係なくランダムか，距離とともに何らかの傾向があるかを調べるのである．図 4-7 に，ケンタウルス座の方向とそれと直角方向についての後退速度の距離分布が図示されている．傾き 45 度の破線からのずれが特異運動成分である．明らかに，ケンタウルス座に直角方向では $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}$ はランダム分布になっているが，ケンタウルス座方向ではある傾向が見える．$45h^{-1}$ Mpc の距離にあるケンタウルス座銀河団の手前側の銀河は系統的に $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}>0$ であり，その向こう側では $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}<0$ となっているからである．この $\boldsymbol{v}_{\mathrm{P}}$ の大きさと距離分布から，ケンタウルス座銀河団付近に巨大な重力源があり，前後 $100h^{-1}$ Mpc の領域内の銀河を引きずり込むような運動が生じていることが読みとれる．この特異運動による局所銀河群の速度は

$$\text{大きさ：} v_{\mathrm{P}}=570\ \mathrm{km\ s^{-1}},\ \text{方向：} l=307\ \text{度},\ b=9\ \text{度} \qquad (4\text{-}45)$$

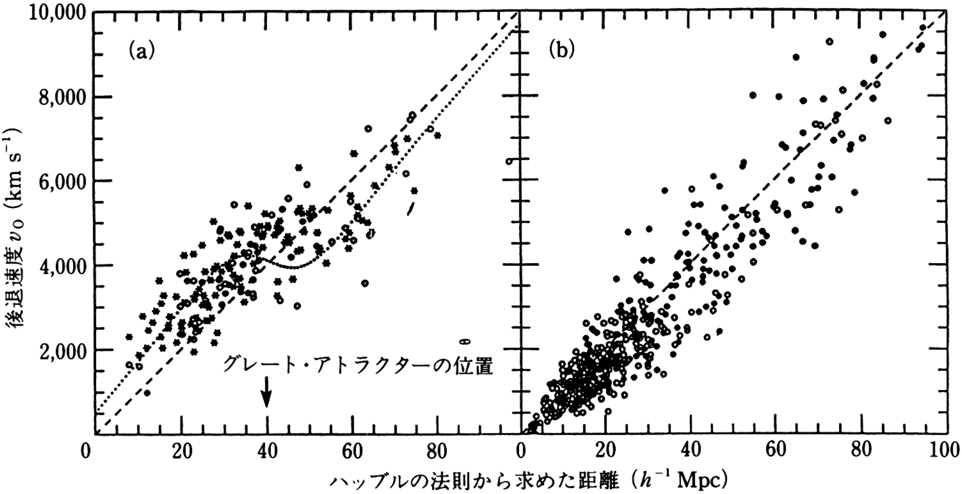


図 4-7　銀河の特異運動の距離分布（A. Dressler and S.M. Faber, 1990：*Asrrophysical Journal*, **354**, 12 より）

ハッブルの法則が成立していると破線上に並ぶ．そこからのずれが特異運動成分である．(a)ケンタウルス座方向で，逆Sの字型の点線上に銀河は分布するが，(b)ケンタウルス座に直角方向では，ほぼランダムに破線周辺に分布する．

である．これだけの特異運動を引き起こすためには，重力源の質量は 10^{16} $m_\odot$ と推定されており，グレート・アトラクター（大重力源）と呼ばれている．この速度は，式（4-43）に大きさと方向ともに似ているが，完全に一致しているわけではない．さらに大きなスケールで特異運動が生じているのかもしれない．

4-3-3　線形理論との比較

密度ゆらぎの線形理論によれば，ゆらぎに伴う特異速度は式(4-17 b)で与えられる．カリフォルニア大学のデービス（M. Davis）らは，赤外線天文衛星（IRAS）によって発見された赤外線銀河のスペクトルを撮って後退速度を決定し，速度が 8000 km s^{-1} 以下の銀河を全天からピックアップした．次に，第0近似として，観測された後退速度がハッブル速度と等しいとして距

離に直し，銀河の空間分布を求める．それよりポアソン方程式を利用して重力ポテンシャルを計算し，式 (4-17 b) から期待される各銀河の特異速度を求める．この特異速度を観測された後退速度に補正を加えて，新たなハッブル速度を求め，それより次のオーダーの重力ポテンシャル，そして特異速度を計算するという手順を，最終的に収束する（仮定した特異速度と結果として得られた特異速度が一致する）まで繰り返す．こうして得られた特異速度は

$$\text{大きさ：}\frac{v_P}{f/\Omega_0}=510\ \mathrm{km\,s^{-1}},\ \text{方向：}l=193\ \text{度},\ b=28\ \text{度} \qquad (4\text{-}46)$$

となった (距離はハッブルの法則を仮定して決めるので，式 (4-17 b) の右辺のハッブル定数は仮定しなくてよい)．実際には，赤外線銀河は渦巻銀河がほとんどだから，楕円銀河（銀河団に多い）の寄与が含まれず必ずしも正確ではないが，$80h^{-1}$ Mpc スケールでの特異運動を強く示唆している．

密度ゆらぎの線形理論と Virgo Infall の値から，密度パラメターを推定する方法を紹介しておこう．式 (4-17b) の $\nabla\phi_1$ は，おとめ座銀河団を中心とする局所超銀河団の銀河分布が及ぼす重力の大きさである．おとめ座銀河団を原点にとり，銀河系までの距離を R_V とし球対称を仮定すると，重力の大きさは

$$|\nabla\phi_1|=\frac{G\delta M}{R_V{}^2} \qquad (4\text{-}47)$$

となる．ここに，δM は局所超銀河団の銀河密度のゆらぎの大きさで，$\delta M=1.3<M>$ と推定されている．これより，平均の質量 $<M>$ は

$$\begin{aligned}<M>&=\frac{3\Omega_0 H_0 R_V{}^2 v_V}{2.6fG}\\&=6\times10^{14}\,h^{-1}\Omega_0{}^{0.4}m_\odot \qquad (4\text{-}48)\end{aligned}$$

と求められる．ここでは，おとめ座銀河団と銀河系の距離として後退速度 $H_0R_V=1200\ \mathrm{km\,s^{-1}}$ を採用し，v_V は式 (4-44) を仮定している．これより密度 $\rho=3<M>/4\pi R_V{}^3$ を計算し，密度パラメターに書き換えると $\Omega_0\sim0.10$ と求められる．ここでは，$<M>$ から求めた密度パラメターと宇宙全体の Ω_0 を等しいと仮定しているが，それは必ずしも自明でなく，異なっている

可能性もある．

同様に，IRAS 銀河を用いたデービスたちの結果を利用して，密度パラメターを推定することができる．この場合，$\nabla\phi_1$ は，距離が $H_0R_{\mathrm{IRAS}}=8000$ km s^{-1} 内の IRAS 銀河のサンプルから得られた値を使い，特異速度として式 (4-46) を採用すると，$\Omega_0\sim0.71$ とかなり大きな値になる．はたして，領域によって Ω_0 の値が異なっているのか，特異速度の見積りに問題があるのか不明だが，銀河分布や後退速度の観測精度が上がるにつれ，宇宙のパラメターを正確に決めることができるようになると期待される．

4-4　宇宙背景放射の非等方

宇宙背景放射は宇宙誕生後 30 万年のころに自由になった光であり，私たちは宇宙背景放射を通じてこの時期の宇宙を観測していることになる．銀河形成の重力不安定理論式 (4-14 b) によれば，この時期には宇宙の密度ゆらぎは $\delta\sim10^{-3}$ 程度の大きさであったと予想される．この密度ゆらぎに伴って，宇宙背景放射にもゆらぎ（非等方）が存在したはずである．しかし，1992 年になるまで，双極型の非等方以外のゆらぎは発見されなかった．そのため，一時銀河形成論は停滞したが，ダークマターの存在が確実視されるにつれ，ダークマターとバリオンのゆらぎを別々に考えることにより，宇宙背景放射の非等方は小さくてもよいことになった（5-4 節で詳しく述べる）．そして，1992 年，COBE の観測により，角度が 10 度の大きさで $\delta T/T_0$ が検出された．以後の観測も含めて，現在得られている宇宙背景放射の温度ゆらぎ（非等方）の大きさを図 4-8 にまとめている．本節では，宇宙背景放射の非等方の観測結果とその物理的な意味を考えよう．

4-4-1　宇宙背景放射のゆらぎのスケール

宇宙の晴れ上がりの時期 $t_{\mathrm{d}}=30$ 万年に比べ現在の宇宙年齢は十分長いから，宇宙背景放射で観測される領域の半径は，ほぼ現在の地平線の大きさ，

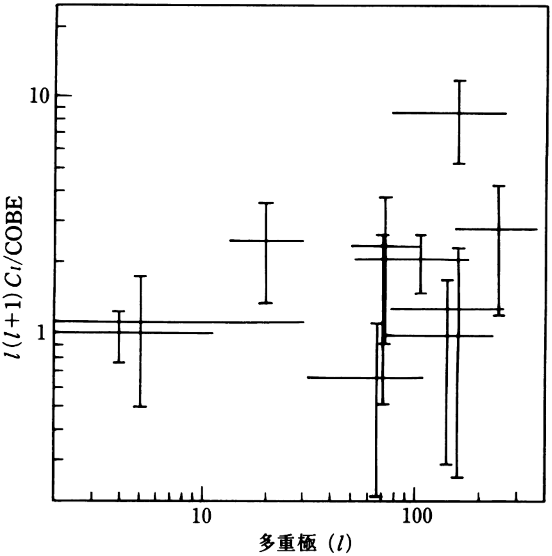


図 4-8　観測されている宇宙背景放射の温度ゆらぎと，多重極 ($l \sim \theta^{-1}$) の関係
(M. White *et al.*, 1994 : *Ann. Rev. An. Ap.*, **32**, 319 より)
COBE の $l \sim 3$ の値で規格化されている．

$r_{H,0}=c/H_0$ としてよい．したがって，天球上の 2 点間の角度 θ は，宇宙背景放射面上での距離と

$$r(\theta)=\frac{\theta c}{H_0 a_0}\sim 3000\theta\, h^{-1} \quad \text{(Mpc)} \tag{4-49}$$

の関係にある．ただし，θ はラジアン単位である．角度 10 分 (2.9×10^{-3} ラジアン) は約 $8.7h^{-1}$ Mpc で，ほぼ銀河団の大きさに対応する．宇宙の晴れ上がりの時刻 t_d での地平線の共動座標のサイズは，

$$\chi_d=\frac{c}{H_d a_d} \tag{4-50 a}$$

だから，現在は

$$r_{H,d,0}=\chi_d a_0 \sim r_{H,0}(1+z_d)^{-1/2}\sim 100h^{-1}\,\text{Mpc} \tag{4-50 b}$$

の大きさになっている．ここに，平坦な宇宙として $H=H_0(1+z)^{3/2}$ としている．この角度は

$$\theta_d \sim (1+z_d)^{-1/2} \sim 2\text{ 度} \tag{4-51}$$

である．したがって，COBE が観測した 10 度の大きさは，晴れ上がり時の地平線の大きさを遙かに越えており，銀河や銀河団スケールのゆらぎの大きさに対応したものではないが，ゆらぎのスペクトルの長波長側の振幅の目安になっている．図 4-8 に示された宇宙背景放射のゆらぎの角度依存性から，宇宙の晴れ上がりの時刻での温度ゆらぎや密度ゆらぎの大きさに制限がつくから，銀河形成への厳しい条件となるのである．

4-4-2　天球上の宇宙背景放射の非等方

天球上の観測する方向 (θ, ϕ) の単位ベクトルを $\boldsymbol{\Omega}$ とし，宇宙背景放射の温度分布を球面調和関数で

$$\frac{T(\boldsymbol{\Omega})}{T_0}=1+\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\Omega}+\sum_{l=2}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}a_{lm}Y_{lm}(\boldsymbol{\Omega}) \tag{4-52}$$

と展開する．右辺第 2 項は，前節で述べた宇宙背景放射の静止系に対する地球の運動に起因する双極型の非等方で，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{v}/c$ である．2 つの方向 $\boldsymbol{\Omega}_1$ と $\boldsymbol{\Omega}_2$ の温度差の 2 乗を，$\cos\theta=\boldsymbol{\Omega}_1\cdot\boldsymbol{\Omega}_2=$一定の条件の下に，あらゆる方向について平均した量

$$\left[\frac{\delta T}{T_0}(\theta)\right]^2=\frac{<|T(\boldsymbol{\Omega}_1)-T(\boldsymbol{\Omega}_2)|^2>}{T_0^2} \tag{4-53}$$

を，角度 θ での宇宙背景放射の非等方と定義しよう．温度の 2 点相関関数を

$$C_T(\theta)=\frac{<T(\boldsymbol{\Omega}_1)\,T(\boldsymbol{\Omega}_2)>}{T_0^2} \tag{4-54}$$

と定義すると，宇宙背景放射の非等方は

$$\left[\frac{\delta T}{T_0}(\theta)\right]^2=2\left[C_T(0)-C_T(\theta)\right] \tag{4-55}$$

とも表すことができる．また，球面調和関数の性質から，2 点相関関数は

$$C_T(\theta) = \sum_{l=2}^{\infty} a_l^2 P_l(\cos\theta) \tag{4-56 a}$$

と書ける．ここに，$a_l^2 = \sum_{m=-l}^{l} |a_{lm}|^2$ で，P_l はルジャンドル関数である．宇宙背景放射の非等方を可能な宇宙全体のアンサンブル平均をとった $<a_l^2> = (2l+1)C_l$ を用いて

$$C_T(\theta) = \sum (2l+1)\, C_l P_l(\cos\theta) \tag{4-56 b}$$

と表す場合がある．COBE の観測結果から得られた 2 点相関関数から

$$l=1 : \delta T = T_0 a_1 = 3.343 \pm 0.008 \quad (\mathrm{mK}) \tag{4-57 a}$$

$$l=2 : \delta T = T_0 a_2 = 6 \pm 3 \quad (\mu\mathrm{K}) \tag{4-57 b}$$

と係数が決められた．

密度ゆらぎのスペクトラム $\delta(r, t)$ から 2 体相関関数 $\xi(r)$ を計算したように，宇宙背景放射のゆらぎ $\delta_r(\Omega) = (\delta T/T_0)$ から 2 点相関関数 $C_T(\theta)$ を計算することができる．ここに，θ は多重極 l と $\theta \sim \pi/l$，l は，波数と $l \sim k(3000\ h^{-1}\ \mathrm{Mpc})$ の関係にある．そこで，密度ゆらぎ δ と温度ゆらぎ δ_r の間に関係がつけられれば，$\xi(r)$ と $C_T(\theta)$ の間にどのような関係あるかがわかる．問題は，温度ゆらぎは $t_d = 30$ 万年の時点でのゆらぎであり，2 体相関関数 ξ は現在の銀河分布である．また，宇宙モデル・ダークマター・ゆらぎの性質によって，初期条件で決まっている δ や δ_r のゆらぎが時間とともに，どう変わっていくかを計算しなければならない．本書ではこれらの詳細を省くが，以下では簡単な場合について，時刻 t_d での 2 つのゆらぎの関係を与えておこう．

4-4-3　密度ゆらぎと温度ゆらぎの関係

(a)　ザックス - ヴォルフェ効果

大スケールで物質分布の非一様が存在すれば，それに伴う重力ポテンシャルのゆらぎが存在する．宇宙の晴れ上がりの時点で放射が最後の散乱を経て自由になるとき，物質分布の重力ポテンシャルを抜けてくるので，それによ

る赤方偏移を受ける．それが宇宙背景放射の非等方として観測されることを予言したのがザックス（R.K. Sachs）とヴォルフェ（A.M. Wolfe）で，ザックス - ヴォルフェ（SW）効果と呼ばれている．

いま，共動座標で，宇宙の地平線を越えるような大スケールの密度ゆらぎ $\delta h = \delta M/M$ が存在したとしよう．このゆらぎによりつくられる重力ポテンシャルのゆらぎは

$$\delta \Phi \sim \frac{G\delta M}{ax} = \frac{4\pi G\rho}{3}\left(\frac{\delta M}{M}\right)(ax)^2$$
$$= \left(\frac{\Omega H^2}{2}\right)\delta h (ax)^2 \tag{4-58}$$

となる．線形理論で示したように，$\Omega = 1$ の宇宙では，$\delta h \propto a$, $H \propto a^{-3/2}$ だから，$\delta\Phi$ は時間に依存しない．宇宙背景放射の光子は，この重力ポテンシャルによって $\delta\nu/\nu \sim -\delta\Phi/c^2$ だけ赤方偏移を受ける．これが温度のゆらぎに等しいから（$\Omega = 1$ の場合），

$$\frac{\delta T}{T_0} \sim -\left(\frac{H_0 a_0 x}{c^2}\right)^2 \frac{\delta h_0}{2} \tag{4-59}$$

と表される．この温度ゆらぎは，スケールの 2 乗に比例するから，大スケールで重要である．そこで地平線に達するようなゆらぎの場合，$H_0 a_0 x/c \sim 1$ だから，期待される温度ゆらぎの大きさは，$\delta T/T_0 \sim -\delta h_0$ のオーダーになる．COBE で発見された角度 $\theta \sim 10$ 度のゆらぎは SW 効果によるものである．

(b)　断熱ゆらぎの場合

宇宙初期に生じた密度ゆらぎを特徴づける物理的性質には，さまざまなケースが考えられる．最もなじみが多いのは音波のような粗密波で，エントロピーが一定の断熱ゆらぎである．この場合，物質の単位質量あたりのエントロピーが一定になるから，温度ゆらぎと密度ゆらぎは

$$\frac{\delta T}{T} = \delta_{\mathrm{r}} = \frac{\delta\rho/\rho}{3} = \frac{\delta}{3} \tag{4-60}$$

という関係になる．上の SW 効果は温度ゆらぎに対しマイナスの符号（温度

が下がる）であったが，断熱ゆらぎはプラス符号であり，互いにキャンセルし合うことになる．

（c） 等曲率ゆらぎの場合

等曲率ゆらぎとは全エネルギー密度のゆらぎがゼロの場合で，空間の曲率を変化させないような人為的に考えられたゆらぎである．というのも，ゆらぎのスケールが地平線より大きいと情報の伝達が不可能だから，放射や物質の全エネルギー密度のゆらぎが厳密にゼロになる理由はなく，地平線内のゆらぎの場合は，物質の圧力勾配のために全エネルギー密度にゆらぎが生じてしまうためである．この場合，温度ゆらぎは

$$\frac{\delta T}{T}=-\frac{\delta S}{3} \tag{4-61}$$

とエントロピーゆらぎで表される．エントロピーゆらぎと密度ゆらぎの関係は物質の状態方程式に依存するから，バリオン以外にどのようなダークマターを考えるかで異なってくる．一般に，等曲率ゆらぎでは，物質の密度ゆらぎはマイナスの温度ゆらぎを生じ，SW 効果に足し上がることになって温度ゆらぎが大きくなってしまう．通常，$\Omega_0 \ll 1$ で，ダークマターがバリオンだけの場合に等曲率ゆらぎが調べられている．

4-4-4 電子散乱による宇宙背景放射の非等方

宇宙の晴れ上がりの後，バリオンはすべて原子になり，その密度ゆらぎから銀河が形成されたことになる．このとき，銀河になりそこねた原子は，そのまま銀河間空間にガスとして漂っているはずである．しかし，銀河間空間には原子は存在せず，水素やヘリウムはイオン化していることが明らかになってきた．とすると，かつて銀河間ガスをイオン化するようななんらかの作用が働いたと考えざるをえない．その作用が，若い銀河やクェーサーからの強い紫外線によるイオン化なのか，銀河爆発に伴う衝撃波による加熱なのかはまだわかっていないが，その作用によって自由電子が多量につくられたは

ずである．この自由電子と宇宙背景放射の光子との逆コンプトン散乱が起こると，宇宙背景放射がプランク分布からずれる可能性がある．また，自由電子との散乱によって，原始から存在していた温度ゆらぎが消されてしまう可能性もある．ここでは，このような自由電子との散乱が，宇宙背景放射の非一様にどのような効果を及ぼすかを調べよう．

(a)　y パラメター

エネルギー $h\nu$ の光子が銀河間ガス中の電子によって散乱されたとき，その振動数変化を $\delta\nu$ とすると，変化率は

$$y=\left(\frac{\delta\nu}{\nu}\right)^2=\int_t^{t_0}\left(\frac{kT_e}{m_e c^2}\right)n_e\sigma_T c dt \qquad (4\text{-}62)$$

と表される．ここに，n_e は自由電子の個数密度，T_e はその温度，σ_T はトムソン散乱の断面積である．積分は宇宙の晴れ上がりから現在までだが，銀河間ガスがイオン化されていない時代は自由電子の数が少なく，積分には寄与しない．高エネルギーの電子があると，振動数の低い光子が電子によって散乱されて高い振動数に上げられ(逆コンプトン散乱)，その結果，宇宙背景放射のレイリー-ジーンズ側の有効温度が

$$\frac{\delta T}{T}=-2y \qquad (4\text{-}63)$$

だけ減少する．COBE の観測によって得られた宇宙背景放射のプランク分布からのずれの上限値から，y パラメターに

$$y<2.5\times10^{-5} \qquad (4\text{-}64)$$

という強い制限がつけられている．これは，銀河間ガスを再イオン化するモデルへの重要な条件である．

(b)　光子の光学的厚み

宇宙背景放射が，z の時点から現在の $z=0$ まで飛行する間の電子とのトムソン散乱による光学的厚みは

$$\tau=\int_z^0 n_{\rm e}(z)\,\sigma_{\rm T}c\left(\frac{dt}{dz}\right)dz \tag{4-65 a}$$

である．$\Omega=1$ の宇宙で，水素原子のイオン化率 $x_{\rm e}$ が一定とすると

$$\tau=\left(\frac{\sigma_{\rm T}cH_0}{4\pi Gm_{\rm p}}\right)x_{\rm e}\Omega_{\rm B,0}\left[(1+z)^{3/2}-1\right]$$
$$\sim 0.047\Omega_{\rm B,0}\,hx_{\rm e}z^{3/2} \tag{4-65 b}$$

と表すことができる．ここで，ヘリウムは1回電離したHeIIイオンであると仮定している．$\tau=1$ となるのは

$$z_*\sim 36\left(\frac{h\Omega_{\rm B,0}}{0.1}\right)^{-2/3}x_{\rm e}{}^{-2/3} \tag{4-66}$$

と推定できる．もし銀河間ガスのイオン化が $z>100$ に起こると $\tau\gg 1$ になり，トムソン散乱によって温度ゆらぎがならされてしまうだろう．このように，いつ銀河間ガスがイオン化したかは，宇宙背景放射の非等方を考える上で非常に重要なのである．

第5章
ビッグバン宇宙史

宇宙が膨張しているという観測事実から，この宇宙が有限の過去に創成されたことがわかる．時間を過去に遡っていくと，やがて宇宙のスケールファクター a がゼロになる時点に行き着いてしまうからである．このとき $\rho a^3=$ 一定から密度は無限大になり，$T_r a=$ 一定から放射の温度も無限大になってしまう．いわば，宇宙は特異点から出発したことになるが，第1章で述べたように，現在の物理学（一般相対性理論，量子論）が適用できるのはプランク時間までであり，それ以前については量子重力理論を適用しなければならないが，まだ完成していない．しかし，宇宙が高温度・高密度状態から膨張を開始したことは確かであり，その膨張過程で宇宙のさまざまな構造が形成されてきたと考えられる．このような宇宙モデルをビッグバン宇宙と呼ぶ．1947年にガモフ（G. Gamow）が提案したが，これを聞いたホイル（F. Hoyle）が「大ボラめ」というつもりで「ビッグバン」と呼んだのだが，まさに大爆発に似た状態で宇宙が創成されたことを言い表すよいネーミングとなった．

ビッグバン宇宙は，非常にエネルギーの高い状態から低い状態へと遷移してきた歴史ということができる．第1章で述べたように，物質間に働く力はエネルギーによって変化するから，エネルギーの大きさに応じて，物質の状態や物質間の相互作用が変化してきた．歴史学において遺跡や化石から過去を推定するように，宇宙論においても，過去に生じた特徴的な現象が何であるかを推定し，それを実証するような証拠が宇宙に残存していれば，そのよ

うな時代を経てきたと考えてよいだろう．

本章では，物質間に働く相互作用の変遷史という観点から，ビッグバン宇宙の歴史を考える．そこでまず，物質間に働く相互作用についてまとめる．次いで，宇宙の歴史を，統一されていた相互作用が分岐する歴史，そして分岐した相互作用によって特徴的な物質が宇宙に形成される歴史としてまとめる．このように考えると，ビッグバン宇宙がきわめて体系的に宇宙の進化を記述しており，またそれを実証する具体的な証拠が存在していることが理解できるだろう．

5-1 物質間の相互作用とその統一

現在の標準理論によれば，表1-2にまとめたように，物質を構成する素粒子世界はクォークとレプトンに大別され，おのおの対応する3つの世代（フレイバーとも呼ばれる）からなっている．これら全部で12種類の素粒子（その反物質）とその反応によって，さまざまな素粒子の存在とその相互作用を理解することができる．たとえば，バリオンは3種のクォークによって構成され，メソンはクォークと反クォークによって構成されている．

一方，これらの素粒子間に働く相互作用（力）は4つで，無次元化した結合定数，力を媒介するゲージ粒子，素粒子の反応性を表1-1にまとめている．なぜ相互作用は4つあるのだろうか．かつて，電気力と磁気力は別物だと考えられていたが，電荷とその運動（電流）という概念の下に電磁相互作用としてマクスウェル方程式によって統一して記述することに成功した．さらに，アインシュタインは，重力と電磁力を統一して記述しようと試みたが成功しなかった．このように物理学者は，一見複雑に見える現象でも，原理的に対称な世界では統一された単純な状態にあり，何らかの機構で対称性が破れたために非対称で複雑な世界へ分岐してきたと考えてきた．そのような考え方で物質の相転移などのような現象が理解できるようになった．物質間に働く相互作用に関しても，もともと統一された1つの相互作用があって，

それが分岐して4種類になったと考えようというわけである．それが成功するためには，相互作用が同じ機構で生じており，同じ数学形式で記述できねばならない．

そのきっかけが，素粒子間の相互作用がゲージ粒子の交換によって生じているという「ゲージ原理」であった．電磁相互作用は光子の交換によって生じており，それをヒントに湯川秀樹は，強い相互作用は中間子の交換によって生ずるとする核力の理論を提案した．現在では，強い相互作用は，核子を構成するクォーク間にグルオンが交換される量子色力学によって記述されている．

もう1つの発見は，素粒子の質量は本来すべてゼロの対称な（区別がつかない）状態であったのが，真空に凝縮しているヒッグス粒子の存在によって質量が生じる(非対称な状態に移る)とする「ヒッグス機構」であった．超伝導状態では磁場が超伝導体から押し出されるというマイスナー効果が生じる．この現象は見方を変えると，磁場に付随する光子が質量をもったために超伝導体に入れなくなったことになる．同様に，真空中にヒッグス粒子が凝縮して超伝導状態のようになっているために，素粒子が質量をもつようになったと考えるのである．高エネルギー状態になると，ヒッグス粒子の凝縮が破れ（超伝導状態が破れ)，質量はゼロになると期待される．

ゲージ原理とヒッグス機構を組み合わせると，以下のような仕組みを考えることができる．低エネルギーでは超伝導状態だからゲージ粒子は質量をもち，そのコンプトン波長程度にしか力は伝達しない．弱い相互作用が短い距離にしか働かず，10^{-17} m 以上離れると電磁相互作用に比べて弱いのはそのためである．しかし，高エネルギーになると，超伝導状態は壊れてゲージ粒子は質量がゼロになる．光子と同じスピンが1のゲージ粒子なら，質量がゼロになれば光子と同じ振舞いをするようになるだろう．このように考えて，ワインバーグ（S. Weinberg）とサラム（A. Salam）は，1967年に弱い相互作用と電磁相互作用を統一する理論を定式化し，実際に1983年に弱い相互作用を媒介する弱ボソンが発見された．弱ボソン（中性のZボソンと電荷

をもつ W^+，W^- の3種類)の質量は80〜90 GeV の大きさで，これを越えるエネルギー領域では，弱ボソンの質量はゼロと見なすことができ光子と同じ振舞いをする．その結果，弱い相互作用は電磁相互作用と同一の強さとなり，2つの相互作用は1つの電弱相互作用として統一されたのである．

表1-1に示した4つの相互作用の結合定数は低エネルギー（100 GeV 以下）状態での値であり，エネルギーが高くなるにつれ変化する．実際，弱い相互作用と重力相互作用の結合定数は質量依存性をもっているから，エネルギーとともに強くなると予想される．弱い相互作用の結合定数に弱ボソンの質量を代入すると，ほぼ $\alpha_w \sim \alpha_e$ となっている．このことが2つの相互作用が統一される現象論的な根拠ともなっている．

ならば，強い相互作用も同じような考え方で統一できないだろうか．強い相互作用には「漸近的自由」という特性があり，距離が近づく（つまり，エネルギーが高くなる）につれクォーク間に働く力が弱くなっている．この性質は，無次元の結合定数として近似的に

$$\alpha_s = \frac{\bar{a}}{\ln (m/m_p)} \qquad (m \gg m_p) \tag{5-1}$$

と表すことができる．$\bar{a}$ はクォークの数に依存するが，大きさとしては $\bar{a} \sim \alpha_s = g_s^2/\hbar c$ のオーダーである．$\alpha_s \sim \alpha_e$ となる質量は

$$m_X = m_p \exp\left(\frac{\bar{a}}{\alpha_e}\right) \sim 4 \times 10^{15} \quad (\mathrm{GeV}) \tag{5-2}$$

となる．$\bar{a}$ としては，クォークが3世代6個として $\bar{a} = \pi/12$ としている．このような超高エネルギーになると強い相互作用も電弱相互作用と統一されるとして，さまざまなGUT（Grand Unified Theory，大統一理論）が提案された．このようなエネルギー領域は地上では実験できないが，ビッグバン宇宙の初期では実現されるから，GUT 理論が予測する宇宙の現象を調べればいいことになる．それについては次節で述べる．

さらに，重力相互作用まで統一することができないだろうか．それが実現されるのは，$\alpha_g \sim 1$ となる質量，つまりプランク質量

$$m_{Pl}=\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2}\sim 10^{19} \quad (\text{GeV}) \qquad (5\text{-}3)$$

のエネルギースケールになる．しかし，重力を媒介するゲージ粒子であるグラビトンはスピン2であり，ゲージ原理による量子化（量子重力）には成功していない．

5-2 宇宙における相互作用の分岐の歴史

以上のように，高エネルギー状態では統一されていた相互作用が，エネルギーが下がるにつれ分岐してきたという観点に立てば，ビッグバン宇宙の歴史は相互作用の分岐の歴史と考えられる．この相互作用の分岐は，上の超伝導とのアナロジーのように，一種の相転移と見なすことができる．スカラー粒子であるヒッグス粒子の最低エネルギー状態を「真空」と定義する．図5-1にヒッグス粒子の場 ϕ のポテンシャル $U(\phi)$ の温度（エネルギー）依存性

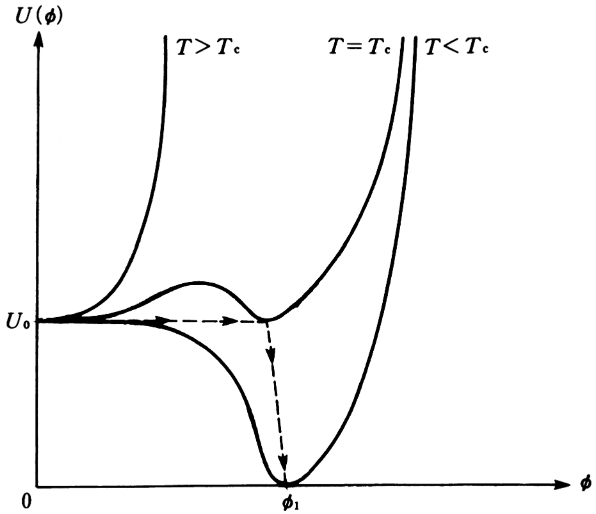


図 5-1 ヒッグス場のポテンシャル形の温度依存

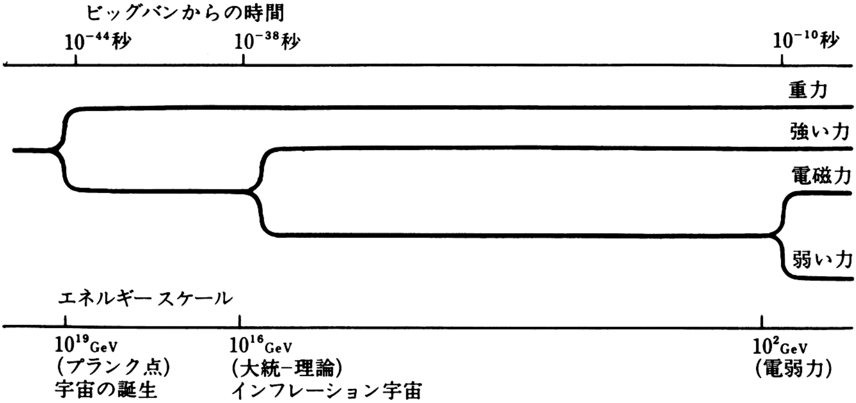


図 5-2　相互作用の分岐の歴史

を示している．温度がある値 T_c 以上では，ヒッグス場がゼロのとき ($\phi=0$) にエネルギーが最低になり，対称性が最も高い (相互作用が統一された) 状態であった．温度が T_c 以下になると，エネルギーが最低になるのは $\phi=\phi_1$ で，対称性が壊れた (相互作用が分岐した) 状態へ遷移する．このような「真空の相転移」を「対称性の自発的破れ」と呼んでいる．また図 5-1 では，水が気体から液体，液体から固体へと相転移するのと似た，潜熱が放出される「第1種相転移」を考えている．このような，相互作用の分岐に伴う相転移を繰り返しながら進化するビッグバン宇宙の歴史をたどることにしよう．

宇宙の放射の温度 T_r と時間 t の関係は，まず放射卓越の時代を考えるので $T_r \propto a^{-1} \propto t^{-1/2}$ よりプランク時間で規格化して

$$t=\left(\frac{kT_r}{1\,\mathrm{MeV}}\right)^{-2} \quad (秒) \tag{5-4}$$

と近似する (実際には，高エネルギーの光子によって対生成される素粒子の種類を詳しく考慮して正確な数値を求める必要がある)．

5-2-1　重力相互作用の分岐——宇宙の誕生

エネルギースケールがプランク質量 ($kT_r=10^{19}$ GeV) のときに，統一され

ていた1つの相互作用から重力が分岐した．この重力の分岐によって重力定数が確定し，この宇宙の時間の開始がプランク時間 $t_{\rm Pl}=(G\hbar/c^5)^{1/2}$ にセットされ，この宇宙の空間がプランク長 $l_{\rm Pl}=(G\hbar/c^3)^{1/2}$ から膨張を開始した．つまり，重力相互作用の分岐とは，この宇宙の時間・空間が創成されたことを意味する．このときの真空の相転移で放出された潜熱によって，物質と反物質がつくられ，空間の膨張が始まったのである．この宇宙が創成されたことこそが，重力の分岐の証拠といえる．

5-2-2　強い相互作用の分岐——インフレーション宇宙

強い相互作用の分岐が起こるエネルギースケールを 10^{16} GeV とすると，宇宙の時間は $t=10^{-38}$ 秒である．GUT 理論を下にすると，この時期には宇宙に重要な痕跡を残す．インフレーション宇宙と呼ばれる指数関数的な急膨張と，物質のみから構成される宇宙である．

(a)　インフレーション宇宙

図5-1のようなヒッグス場の温度変化がある場合，原点付近でのポテンシャルの山のために，宇宙の温度が $T_{\rm c}$ 以下になっても $\phi\sim0$ に留まることになる．水が摂氏0度以下になっても氷にならず，過冷却状態のままにあるのに似ている．この場合，ヒッグス場のエネルギー密度は $U_0=U(\phi=0)$ の一定値のままである．一方，放射場のエネルギー密度は a^{-4} で減少するから急速に小さくなり，時間が経つとヒッグス場のエネルギーが卓越するから，アインシュタイン方程式は

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2=\frac{8\pi GU_0}{3c^2}=H_\Lambda{}^2 \tag{5-5}$$

と近似できる．宇宙膨張は指数関数的なドジッター宇宙

$$a(t)=a(t_{\rm i})\exp\left[H_\Lambda(t-t_{\rm i})\right] \tag{5-6}$$

になる．$t_{\rm i}$ はインフレーションが開始する時刻である．このような膨張は，最終的に相転移が終了してヒッグス場が ϕ_1 に移ってしまうまで続く．U_0 の

理論的な値は $U_0 \sim 10^{92}$ J m^{-3} だから，$H_\Lambda \sim 10^{33}$ s^{-1} となり，インフレーションが 10^{-30} 秒続くだけで宇宙のサイズは exp(1000) 倍にも増大する．このために宇宙の温度は断熱膨張によって非常に低くなるが，ヒッグス場の相転移によって放出される潜熱で再加熱される．放出される熱エネルギーは U_0 の大きさだから，温度は

$$T_r = \left(\frac{U_0}{a_R}\right)^{1/4} \sim 10^{27} \quad (\mathrm{K}) \tag{5-7}$$

となり，再び放射卓越の宇宙に戻る．

2-2 節で述べたように，インフレーション宇宙は地平線問題を自然に解決する．インフレーションが起こっている時代では，宇宙の地平線は $r_H = c/H_\Lambda$ で一定であるのに対し，宇宙のスケールファクターは式 (5-6) のように増大する．このため，まず宇宙の地平線内にあって物理的に同じ状態にあった領域 $a(t_i)$ は，インフレーションによりいったん地平線の外に出る．その後，インフレーションが終わってフリードマン宇宙になると，宇宙の地平線は $r_H \propto t$ に対し，宇宙のスケールファクターは $a \propto t^{1/2}$ で膨張するから，やがて地平線内に入ってくるが，物理的には同じ状態であることが保障されているわけである．この地平線問題が解決されるために必要なインフレーションの持続時間は以下のように求められる．インフレーション終了の時刻を t_f とすると，スケールファクターは

$$\frac{a(t_f)}{a(t_i)} = \exp(N)$$

$$N = H_\Lambda (t_f - t_i) \tag{5-8}$$

だけ増大している．インフレーション開始時の地平線 $r_{H,i} = c/H_\Lambda$ と同じサイズであった場所 $r_i = r_{H,i}$ が，インフレーションによって $r_f = r_i \exp(N)$ に増大し，その後フリードマン的膨張で現在 $r_0 = r_f (1 + z_f)$ となっている．この値が現在の地平線より大きければよいから

$$r_0 = \frac{c}{H_\Lambda}(1 + z_f)\exp(N) > \frac{c}{H_0} \tag{5-9}$$

を満たせばよい．z_f はインフレーションが終了した時点の赤方偏移で

$$(1+z_f)=\frac{T_r}{T_{r,0}}\sim 10^{27} \tag{5-10}$$

である．これより

$$N>N_{\min}=\ln\left(\frac{H_\Lambda T_{r,0}}{H_0 T_r}\right)\sim 53 \tag{5-11}$$

が得られる．この場合，現在の地平線が $(c/H_0)\sim 10^{26}$ m とすると，そのインフレーションの終了時 t_f でのサイズは $r_f\sim 0.1$ m であり，インフレーション開始時のサイズは $r_i\sim 10^{-24}$ m であったことになる．

インフレーション宇宙は，3-6 節で述べた宇宙の平坦性問題にも自然な解決を与える．式（3-109 a）の右辺は，インフレーション開始時に

$$k_i=\frac{Kc^2}{a(t_i)^2 H_\Lambda{}^2} \tag{5-12 a}$$

であり，インフレーション終了時では

$$k_f=\frac{Kc^2}{a(t_f)^2 H_\Lambda{}^2}\sim \exp(-2N)\,k_i \tag{5-12 b}$$

になっている．したがって，現在の値は

$$\begin{aligned}
k_0&=\frac{Kc^2}{a_0{}^2 H_0{}^2}\\
&=\left[\left(\frac{a(t_f)}{a_0}\right)\left(\frac{H_\Lambda}{H_0}\right)\right]^2 \exp(-2N)\,k_i\\
&=\left(\frac{H_\Lambda T_{r,0}}{H_0 T_r}\right)^2 \exp(-2N)\,k_i\\
&=\exp\,(2N_{\min}-2N)\,k_i
\end{aligned} \tag{5-12 c}$$

となっている．つまり，N が $N_{\min}$ より十分大きければ k_i が 1 のオーダーでも（3-6 節のように初期に微調節しなくても）k_0 は十分小さく，実質的にゼロ，つまり $\Omega_0=1$ になっている（宇宙定数を考慮すると $\Omega_0+\lambda_0=1$ である）．インフレーション宇宙の立場に立てば，必然的に宇宙は平坦なのである．

(b)　物質のみの宇宙

強い相互作用まで統一した大統一理論 (GUT) では，図5-3のように，レプトンとクォークがXボソンやYボソンの交換で互いに移り変わるようになる．その結果，バリオン数が保存しなくなる (むろん，レプトン数も保存しなくなる)．その直接の現れは，陽子が

$$p \longrightarrow \pi^0 + e^+ \longrightarrow 2\gamma + e^+ \tag{5-13}$$

のように崩壊することが予想される．計算された陽子の寿命は $10^{29\pm2}$ 年となり，宇宙年齢より十分長いから，宇宙の物質の安定性に問題を起こすことはない．しかし，10トンの水には 6×10^{30} 個の陽子が存在するから，陽子の寿命が 10^{30} 年でも1年に6個の陽子崩壊が期待できる．神岡に建設されたスーパーカミオカンデには50,000トンもの純水が溜められており，陽子崩壊

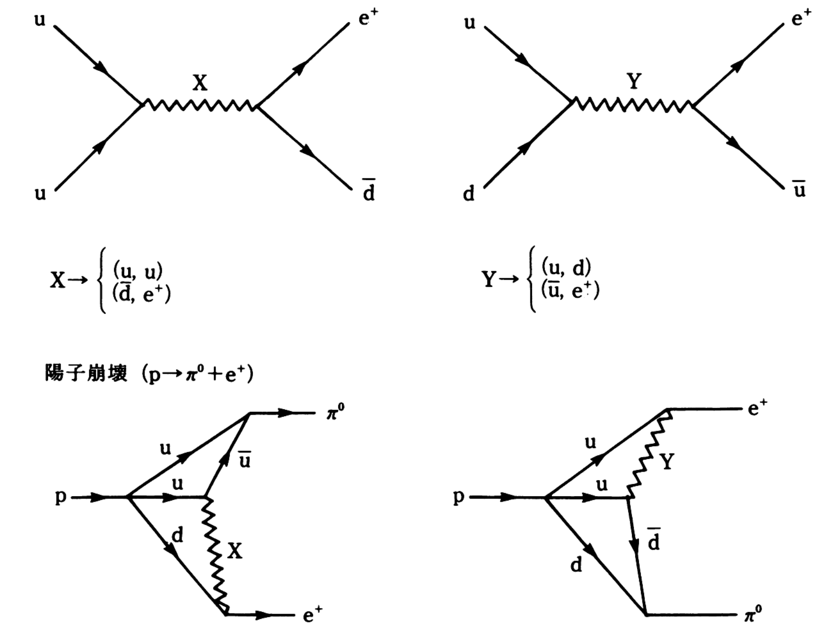


図5-3　Xボソン，Yボソンによるクォーク・レプトンの転換

が起こっているかどうかの実験が続けられている．現在まで陽子崩壊は 1 例も検出されておらず，陽子の寿命は 10^{33} 年以上という制限が得られている．この制限から単純な GUT は否定されたが，もっと長く陽子の寿命を予想する GUT はまだ生き残っている．

この宇宙には反物質の銀河も星も観測されていず，物質のみの宇宙と考えられている．ところが，GUT の時代以前では物質と反物質の対称性を破る物理過程は存在しないから，物質も反物質も同じだけつくられていたことになる．しかし，GUT の相転移の時代になると，X ボソンや Y ボソンのバリオンやレプトンへの崩壊を通じて，少しだけ物質が反物質を上回るような反応が起こりうることが示された．それを以下で述べよう．

いま，X ボソンを例にとる．X ボソンには

$$\mathrm{X} \longrightarrow \mathrm{q},\ \mathrm{q}\left(2\text{個のクォーク q},\ \Delta B=+\frac{2}{3}\right) \tag{5-14 a}$$

$$\mathrm{l},\ \bar{\mathrm{q}}\left(\text{レプトン 1 と反クォーク }\bar{\mathrm{q}},\ \Delta B=-\frac{1}{3}\right) \tag{5-14 b}$$

のような崩壊モードがある．一般に，式 (5-14 a) のモードの方が式 (5-14 b) のモードより反応率が高いので，X ボソンの崩壊からプラスのバリオン数が生じる，しかし X ボソンと同数存在する反粒子の $\bar{\mathrm{X}}$ ボソンの崩壊によって，式（5-14）の粒子と反粒子を入れ換えた反応

$$\bar{\mathrm{X}} \longrightarrow \bar{\mathrm{q}},\ \bar{\mathrm{q}}\quad\left(\Delta B=-\frac{2}{3}\right) \tag{5-15 a}$$

$$\bar{\mathrm{l}},\ \mathrm{q}\quad\left(\Delta B=+\frac{1}{3}\right) \tag{5-15 b}$$

が生じるので，X と $\bar{\mathrm{X}}$ の崩壊率が同じならば互いに打ち消し合ってバリオン数はゼロになってしまう．

しかし，GUT のエネルギースケールは $m_{\mathrm{X}}\sim10^{16}\,(\mathrm{GeV}/c^2)$ のオーダーだが，このエネルギーでは弱い相互作用も強い相互作用と同じ反応率で生じる．弱い相互作用では CP 不変性が破れている．これは粒子と反粒子の入れ換えについて不変ではないことを意味する．このような CP の破れが GUT

理論に含まれているとしよう．つまり，式 (5-14 a) の反応率を r，式 (5-14 b) の反応率を $(1-r)$ とし，式 (5-15 a) の反応率を $\bar{r}\,(\neq r)$，式 (5-15 b) の反応率を $(1-\bar{r})$ としたとき，X と $\overline{\mathrm{X}}$ の崩壊によって

$$\Delta B = B - \bar{B} = \frac{2r}{3} - \frac{1-r}{3} - \frac{2\bar{r}}{3} + \frac{1-\bar{r}}{3} = (r-\bar{r}) \qquad (5\text{-}16)$$

のバリオン数が発生する．もし $r>\bar{r}$ なら，$B>\bar{B}$ になる．生成された反バリオンはすべてバリオンと対消滅して光子になってしまい $(B+\bar{B}\to 2\gamma)$，余ったバリオン ΔB が現在の宇宙をつくる素材となっているから

$$\frac{\Delta B}{B+\bar{B}} \sim \frac{n_{\mathrm{b}}}{n_{\mathrm{r}}} \sim 10^{-9} \qquad (5\text{-}17)$$

である．これより，バリオンは反バリオンに対し 10^{-9} だけ多かったことになる．ちなみに，式(5-17)のバリオン数と光子数 $(a_{\mathrm{R}} T_{\mathrm{r}}^3)$ の比は宇宙膨張で保存される．

実は，この議論だけでは不十分である．熱平衡にあるときは，X ボソンの崩壊の逆反応やレプトンとクォーク間の反応でバリオン数は小さくなってしまうからである．CP の破れの大きさを表すパラメターを ε とすると，生成されるバリオン数は $\varepsilon n_{\mathrm{x}}$ のオーダーであり，X ボソンの数 n_{x} が十分多く存在する条件を調べる必要がある．X ボソンの個数密度の時間変化は

$$\frac{dn_{\mathrm{x}}}{dt} = -3Hn_{\mathrm{x}} - \Gamma n_{\mathrm{x}} + S \qquad (5\text{-}18)$$

と書ける．右辺第 1 項は宇宙膨張による減少率，第 2 項は全崩壊率，第 3 項は生成率で光子による対生成が効く．光子による対生成は，$kT_{\mathrm{r}} \sim m_{\mathrm{x}} c^2$ になるとほとんど止まるので $S=0$ としよう．このとき，式 (5-18) は

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{x}} a^3 &= (n_{\mathrm{x}} a^3)_{\mathrm{i}} \exp\left[-\int_{t_i}^{t} \Gamma(t')\,dt'\right] \\ &= (n_{\mathrm{x}} a^3)_{\mathrm{i}} \exp\left[-\int_{a_i}^{a} \frac{\Gamma da}{Ha}\right] \end{aligned} \qquad (5\text{-}19)$$

と解くことができる．これから，もし X ボソン生成が止まる時点で $\Gamma \gg H$ なら，熱平衡を保ったまま n_{x} は非常に小さくなってしまう．逆に $\Gamma \ll H$ な

ら，熱平衡から外れて $n_{\rm x}$ はほとんど減衰しない．いいかえると，$n_{\rm x}a^3$ の値は $\Gamma\sim H$ となる時刻でほぼ凍結されることになる．以上から，①$r\neq\bar{r}$ であり，②$kT_{\rm r}\sim m_{\rm x}c^2$ の時点で $\Gamma\leqq H$ であれば，バリオンのみの宇宙が期待できることがわかる．ある種の GUT ではこれが満たされている．

5-2-3 電弱相互作用の分岐

電弱相互作用が，電磁相互作用と弱い相互作用に分岐するエネルギースケールは，弱ボソンの質量である 100 GeV 程度だから，宇宙の時刻で $t=10^{-10}$ 秒である．しかし，ワインバーグ‐サラム理論で予想される相転移は第 2 種の相転移で，第 1 種相転移と予想される GUT とは異なり，興味ある物理過程は生じないと思われる．

5-3 相互作用の物質化の歴史

以上のように，統一されていた相互作用が分岐を繰り返した結果，4 つの相互作用となった．以後の宇宙の歴史は，各相互作用によって特徴的な反応が起こり，やがて上で議論したように，その反応率 Γ が宇宙膨張率 H より小さくなって反応が凍結する歴史ということができる．各相互作用ごとに特徴的な物質が宇宙に残されるので，これを相互作用の物質化の歴史と呼ぶことにしよう．放射優勢の時代のエネルギー密度は

$$\rho_{\rm r}=\frac{3}{32\,\pi Gt^2}=\frac{\pi^2}{15}\frac{(kT_{\rm r})^4}{(hc)^3c^2}$$
$$=4.5\times10^{-31}\left(\frac{T_{\rm r,0}}{2.7\,\rm K}\right)^4\left(\frac{T_{\rm r}}{T_{\rm r,0}}\right)^4\quad(\rm kg\,m^{-3})\qquad(5\text{-}20)$$

と表される．

5-3-1 弱い相互作用の物質化——宇宙背景ニュートリノ

まず一番に起こるのが，弱い相互作用の物質化である．反応は

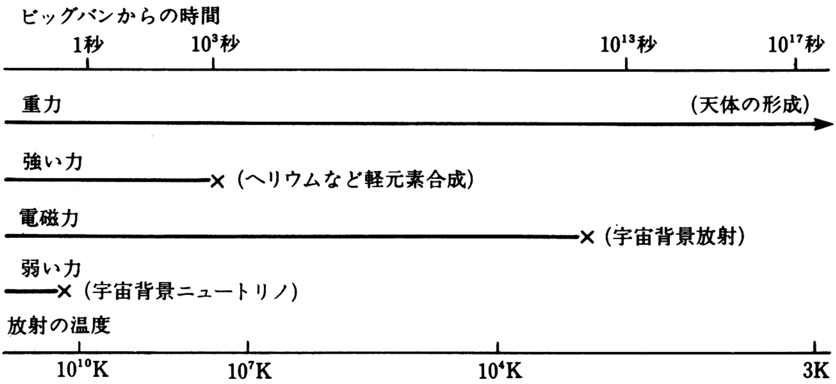


図 5-4　相互作用の物質化の歴史

$$2\gamma \rightleftarrows e^- + e^+ \rightleftarrows \nu_e + \bar{\nu}_e \tag{5-21}$$

で，光子からの電子対生成は電磁相互作用によるが，電子対とニュートリノ対の間の反応は弱い相互作用によって起こっている．この反応の断面積は

$$\sigma_W \sim \frac{\alpha_W{}^2 (hc)^2 E^2}{(m_W{}^2 c^4 + E^2)^2} \tag{5-22}$$

であり，反応率は

$$\Gamma_W \sim \sigma_W c n_\nu \tag{5-23}$$

と書ける．ここで $E \sim kT_r$ は反応のエネルギー，m_W は弱ボソンの質量，n_ν はニュートリノの数密度である．この反応率が宇宙の膨張率 H より小さくなると，反応は止まる．まず，ニュートリノの対消滅反応が止まり，やがて電子対からのニュートリノ対生成反応が止まる．その結果，ニュートリノ対が宇宙に残されることになる．いま，$kT_r \sim m_e c^2 \ll m_W c^2 \sim 100\,\mathrm{GeV}$ で，ニュートリノ数を $n_\nu \sim (kT_r/hc)^3$ とすると

$$\frac{\Gamma_W}{H} = \alpha_W \left(\frac{m_{Pl}}{m_W}\right)\left(\frac{kT_r}{m_W c^2}\right)^3 \sim \left(\frac{kT_r}{5\,\mathrm{MeV}}\right)^3 \tag{5-24}$$

となる．放射が卓越している時代では $\Omega \sim 1$ で，ハッブル定数は

$$H=\left(\frac{8\pi G\rho_{\mathrm{r}}}{3}\right)^{1/2}\sim\left(\frac{kT_{\mathrm{r}}}{m_{\mathrm{Pl}}c^2}\right)\left(\frac{kT_{\mathrm{r}}}{hc}\right)c \tag{5-25}$$

とプランク質量を用いて表している．式 (5-24) から，温度が 5 MeV 以下になるとニュートリノ反応が凍結することがわかる．この時刻は $t_\nu\sim4\times10^{-2}$ 秒である．

このように，弱い相互作用の物質化によって宇宙には自由に運動するニュートリノ対が生成されることがわかる．このニュートリノ対は，宇宙の初期につくられてあらゆる天体の彼方からやってくるから，宇宙背景ニュートリノということができる．このニュートリノの数は

$$n_\nu=n_{\bar{\nu}}=\frac{3n_{\mathrm{r}}}{8}=\frac{3\zeta(3)}{4\pi^2}\left(\frac{kT_{\mathrm{r}}}{hc}\right)^3 \tag{5-26}$$

であり（$\zeta(x)$ はリーマンのツェーター関数），宇宙膨張によって現在では

$$n_{\nu,0}=n_\nu a^3=n_\nu\left(\frac{t_\nu}{t_{\mathrm{eq}}}\right)^{3/2}\left(\frac{t_{\mathrm{eq}}}{t_0}\right)^2\sim10^8\quad(\mathrm{m}^{-3}) \tag{5-27}$$

に下がっている．t_{eq} は放射卓越から物質卓越に移る時間であり，式 (5-26) の係数 3/8 は光子とニュートリノの統計の違い，および電子対から光子への対消滅の効果を表している．

以上の議論は，電子ニュートリノだけでなく，ミューニュートリノについてもタウニュートリノについても成立する．ただ，光子からのニュートリノの対生成がミュー粒子対，タウ粒子対を通じて起こるので，温度が高い時期 ($kT_{\mathrm{r}}\sim m_\mu c^2$, $m_\tau c^2$) に反応が進む．生成されるニュートリノの量は上と同じ程度である．したがって，もしニュートリノが質量 m_ν をもてば，$2\sum m_\nu n_\nu$ の質量密度をもつから（和は 3 種類のニュートリノについてとる），宇宙の密度パラメターに換算すると

$$\Omega_\nu\sim\frac{\sum m_\nu c^2}{100\ \mathrm{eV}}h^{-2} \tag{5-28}$$

になる．宇宙背景ニュートリノはエネルギーが低すぎて検出できないが，式 (5-28) のように，もし 100 eV の質量をもてばダークマターとして寄与することが期待できる．逆に，現在の宇宙の密度パラメターの上限値 ($\Omega_0\leqq1$)

から，ニュートリノ質量の上限値として100 eV以下が得られる．

5-3-2　強い相互作用の物質化――ヘリウムの遍在

式（5-4）からわかるように，宇宙の時刻が1秒のころの温度は1 MeV程度であり，強い相互作用による核反応が起こるのに十分な高さである．このとき，宇宙に存在するバリオンは陽子（p）と中性子（n）であった．中性子は不安定だが，寿命は

$$\tau_n = 887.0 \pm 2.0\ \text{秒} \tag{5-29}$$

だから，宇宙の時間より長く安定と見なすことができる．しかし，陽子と中性子の間には

$$p + e^- \rightleftarrows n + \nu_e,\ p + \bar{\nu}_e \rightleftarrows n + e^+,\ p + e^- + \bar{\nu}_e \rightleftarrows n \tag{5-30}$$

のような弱い相互作用を通じて熱平衡状態にあった．このとき，陽子と中性子の数の比は

$$X_{np} = \frac{n_p}{n_n} = \exp\left(\frac{Q_n}{kT_r}\right) \tag{5-31}$$

であった．Q_nは陽子と中性子の間の静止エネルギーの差で

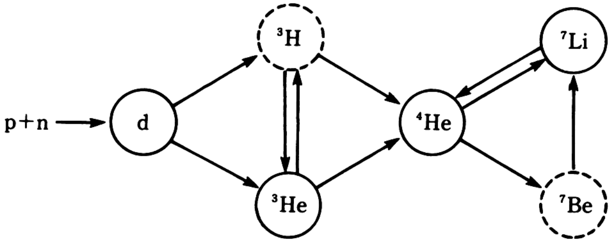
$$Q_n = (m_n - m_p)c^2 = 1.3\ \text{MeV} \tag{5-32}$$

である．$kT_r > Q_n$の間は，陽子と中性子は，ほぼ同数存在するが，温度が下がるにつれ中性子数が減少し，最終的に$X_{np} \sim 7$になる．

一方，陽子と中性子を材料とする核反応は，$p + n \to d + \gamma$を皮切りに，図5-5のようなネットワークで進行する．同時に，X_{np}の時間変化と宇宙膨張に伴う温度と密度の減少を考慮して，核反応系列を計算した1例を図5-6に示した．宇宙の時間が1000秒のころまでに核反応が一気に進み，その後はゆっくりと反応が凍結していく過程が見て取れる．dの形成反応はほぼ熱平衡で進むから，重水素量は

$$\frac{n_d}{n_n n_p} = 18\left(\frac{\pi h^2}{m_p kT_r}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Q_d}{kT_r}\right) \tag{5-33}$$

と求められる．Q_dは重水素の結合エネルギーで$Q_d = 2.22$ MeVである．へ



$d+d \to {}^3H+p,\ {}^3He+n$

$d+n \to {}^3H+\gamma$

$d+p \to {}^3He+\gamma$

${}^3H \to {}^3He+e^-+\bar{\nu}_e$

${}^3He+n \to {}^3H+p$

${}^3H+d \to {}^4He+n$

${}^3H+p \to {}^4He+\gamma$

${}^3He+d \to {}^4He+p$

${}^3He+n \to {}^4He+\gamma$

${}^3He+{}^3He \to {}^4He+2p$

${}^4He+{}^3H \to {}^7Li+\gamma$

${}^4He+{}^3He \to {}^7Be+\gamma$

${}^7Be+e^- \to {}^7Li+\nu_e$

${}^7Li+p \to {}^4He+{}^4He$

図 5-5　宇宙初期の核反応ネットワーク

リウム形成の反応率は

$$\Gamma_{dd}=n_d<\sigma v>_{dd}\sim n_d l_\pi^2 c \qquad (5\text{-}34)$$

のオーダーと考えられる．ここでは，反応の断面積を π 中間子のサイズとしている．$\Gamma_{dd} \leqq H$ になると反応が凍結する．これは，ほぼ $t_{He}\sim 1000$ 秒である．

最終的に安定な元素として残されるのは，d，³He，⁴He，⁷Li である．図

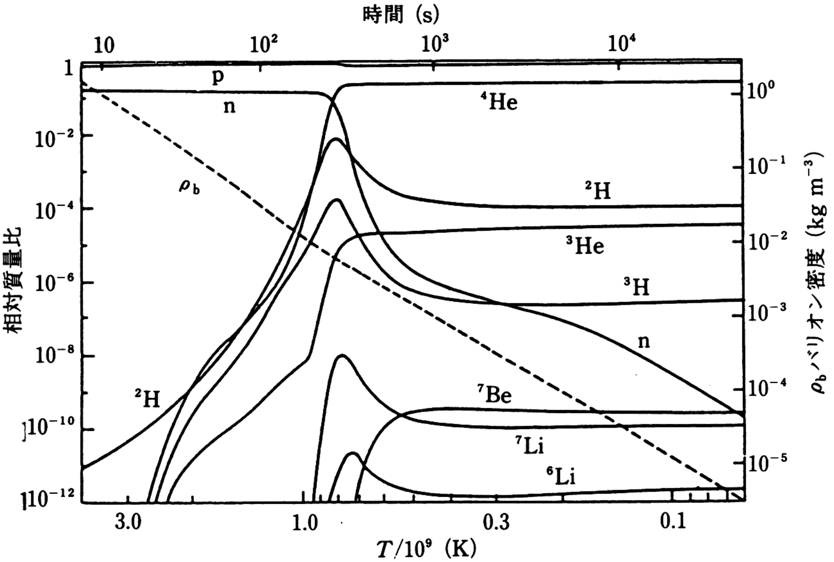


図 5-6　核反応生成物の時間変化（H. Kodama and M. Sasaki, 1986：*Int. J. Mod. Phys.,* **A 1, 265** より）

5-7 に，これらの反応生成物の重量比をバリオン密度に対して示している．バリオン密度が高くなるにつれ，d+^{3}He は急速に減少し，^{4}He はゆっくり上昇する．ところが，^{7}Li はあるバリオン密度に対して極小値をとっている．バリオン密度が小さいと ^{7}Li 生成で反応が止まってしまうが，密度が上がるにつれてその破壊反応 (^{7}Li+p → 2 ^{4}He) が進むために生成量は少なくなり，さらに密度が上がるとその減少を上回って形成されるためである．この間，中性子は d 反応を通じてほとんど ^{4}He に入ってしまうから，予想される ^{4}He 量は，質量比で

$$Y=\frac{2n_n}{n_n+n_p}=\frac{2}{1+X_{np}}\sim 0.25 \qquad (5\text{-}35)$$

となる．実際，^{4}He の存在量の観測結果は，$Y=0.24\pm0.02$ で理論的な予測とよく一致する．かつ，古い星にも若い星にも，また宇宙が 20 億年のこ

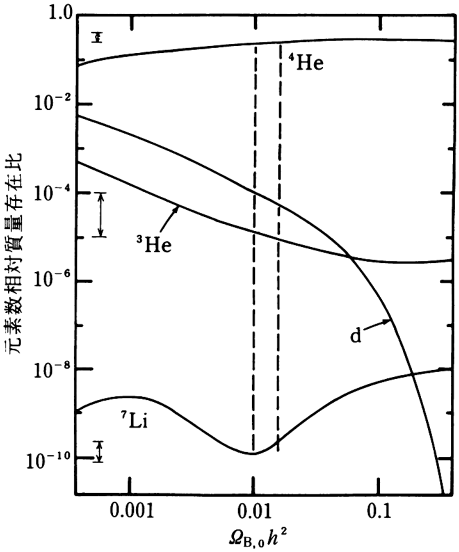


図 5-7 宇宙のバリオン密度と核反応生成量の関係（D.N. Schramm, 1991：*Physica Scripta,* **T 36,** 22 より）
左の矢印が観測値で，全体が観測と一致するバリオン密度は，破線内に限られる．

ろに生まれた銀河にも，^{4}He が同じ量だけ存在していることから，ヘリウムはビッグバン宇宙で形成されたと考えざるをえない．ヘリウムの遍在こそ，ビッグバン宇宙を証明する重要な証拠なのである．

図 5-7 には，観測されている ^{4}He，D+^{3}He，^{7}Li の存在量も示しており，3 つが重なり合うバリオン密度は

$$\Omega_{B,0}=0.0125\pm0.003h^{-2} \qquad (5\text{-}36)$$

であると結論できる．d については観測が困難で，$X_d\sim10^{-6}-10^{-5}$ のオーダーでしかわかっていないが，この誤差の幅を考慮しても，バリオンの密度は式（5-36）から大きく変わることはない．超流動や超伝導という興味ある現象を示すヘリウムは，ビッグバン宇宙初めの 1000 秒のころの生成物なのである．

5-3-3　電磁相互作用の物質化——宇宙背景放射

さて，強い相互作用の物質化が終了した後の宇宙では，陽子やヘリウムの原子核と電子がプラズマ状のガスとなって，光子との電磁相互作用を通じて熱平衡状態にある．やがて，放射卓越の時代から物質卓越の時代へ変わるから，宇宙の時間と放射の温度の関係は

$$t=2.6\times10^{5}(\Omega_0 h)^{-1/2}\left(\frac{T_{\mathrm{r},0}}{2.7\,\mathrm{K}}\right)^{3/2}\left(\frac{T_{\mathrm{r}}}{4000\,\mathrm{K}}\right)^{-3/2}\quad(\text{年})\qquad(5\text{-}37)$$

である．

温度が 4000 K 以上の時代には，電磁相互作用による

$$e^{-}+\gamma \rightleftarrows e^{-}+\gamma,\quad p+e^{-}\rightleftarrows H+\gamma \qquad (5\text{-}38\,a)$$

の反応を通じてプラズマと熱放射は一体となっていた．やがて，温度が 4000 K 以下になると

$$p+e^{-}\rightarrow H+\gamma \qquad (5\text{-}38\,b)$$

と電子が原子に取り込まれてしまい，光子と物質とは相互作用しなくなってしまうのである．そのために「物質と放射の分離」と呼ばれる．あるいは，この時点で光子は自由に飛ぶようになり，雲に遮られていた太陽の光が差し込むのに似ているので「宇宙の晴れ上がり」とも呼んでいる．

この時刻は式（5-37）から $t_{\mathrm{em}}\sim$30 万年のころであり，このとき自由になった放射が，現在 $T_{\mathrm{r},0}=2.73$ K の宇宙背景放射として観測されている．この放射は，かつてプラズマと熱平衡状態にあったから，プランク（黒体）分布をしている．1965 年にこの宇宙背景放射が発見され，ビッグバン宇宙論が確立した．宇宙背景放射こそ電磁相互作用の物質化の証拠なのである．

5-4　銀河の形成

以上までは，ミクロな物質間に働く相互作用によって原子核そして原子の階層が形成され，同時にニュートリノと放射が自由になって宇宙全体に広がる歴史であった．以後は，原子から銀河や銀河団のような天体が生まれる重

力相互作用による物質化の時代であり，それは現在まで続いている．重力は遮断されず，$\Gamma_g \sim (G\rho)^{1/2} > H \sim (G\rho_{crt})^{1/2}$，つまり，臨界密度 ρ_{crt} より密度の高い領域があれば，現在でも自己重力によって収縮しはじめ天体を形成することができるからである．以下では，重力不安定による銀河の形成過程を手短にまとめる．ダークマターが何で，どれくらい存在するか，初期の密度ゆらぎがどのようなものであったかなど不明な要素が多く，まだ明らかでないので，ここでは考え方のアウトラインを述べる．

5-4-1 密度ゆらぎの遷移関数

4-1 節で述べたように，重力不安定理論では，まず宇宙初期に原始的な密度ゆらぎがつくられ，それが自己重力によって成長したと考える．その成長する間に，密度ゆらぎは波長ごとに宇宙膨張の効果や放射との相互作用によって成長率が異なり，その結果として質量関数や銀河分布や銀河の特異速度が決まる．それを観測と比較することにより，妥当な宇宙モデルや初期ゆらぎのスペクトルを推定するのである．

初期の密度ゆらぎを式（4-9 a）のように

$$\delta(\boldsymbol{x},\ t) = \frac{\rho_1(\boldsymbol{x},\ t)}{\rho_0(t)} \tag{5-39}$$

と書き，そのフーリエ成分を

$$\delta(\boldsymbol{x},\ t) = \int \delta\ (\boldsymbol{k},\ t)\ \exp\ (i\boldsymbol{kx})\, d\boldsymbol{k} \tag{5-40}$$

とする．$\boldsymbol{x}$ は共動座標だから，波長 $\lambda(=2\pi/|\boldsymbol{k}|)$ も共動座標で定義されており，その振幅が $\delta(\boldsymbol{k},\ t)$ で，通常，位相はランダムで，振幅の広がりはガウス型と仮定する．原始ゆらぎのスペクトルには特に卓越すべき波長が存在しないとして

$$|\delta(k)|^2 = Ak^n \tag{5-41}$$

ととる．係数 A は，結果的に形成された銀河の 2 体相関関数が観測と一致するようにとる．また，ベキ n として，$n=0$（白色ノイズ），$n=1$（インフ

レーション宇宙で発生するゆらぎ）などが仮定される．波数空間で等方的なゆらぎ（$dk \propto k^2 dk$）とすると，密度ゆらぎのスペクトルは

$$\bar{\delta}^2 \propto \int \frac{k^{n+3} dk}{k} \tag{5-42}$$

となり，波数 k に対応する体積内の質量 $\propto k^{-3}$ で表すと

$$\bar{\delta}^2 \propto \int M^{-(n+3)/3} \frac{dM}{M} \tag{5-43}$$

となる．したがって，$n > -3$ であれば，質量が小さいほど密度ゆらぎの振幅が大きい．

時刻 t における密度ゆらぎは

$$\delta(k, t) = \delta(k)\, T_{\rm m}(k, t) \tag{5-44}$$

と表される．$T_{\rm m}(k, t)$ は，波数 k のゆらぎが時間とともに，成長するか，振動するか，衰退していくかを表現する関数で「遷移関数」と呼ばれる．この $T_{\rm m}(k, t)$ を詳しく解明するのが重力不安定理論の眼目となる．

密度ゆらぎの進化には特徴的な節目がある．まず，そのゆらぎの波長が宇宙の地平線と同じサイズになる時期で，宇宙のスケールファクターが

$$a_{\rm ent} = \frac{c/H}{2\pi/k} \tag{5-45}$$

のときで，この時刻を $t_{\rm ent}$ とする．この時期に密度ゆらぎは地平線内に入るから，それ以前は一般相対論的に調べ，それ以後はニュートン近似が成立すると考えてよい．次は，放射が卓越する時代から物質が卓越時代に移る時期で，

$$a_{\rm eq} = \frac{a_{\rm R} T_{\rm r,0}{}^4}{\rho_{\rm m,0} c^2} \sim 2.4 \times 10^{-5} \, (h^2 \Omega_{\rm m,0})^{-2} \left(\frac{T_{\rm r,0}}{2.7\,{\rm K}} \right)^4 \tag{5-46}$$

で定義される．この時刻を $t_{\rm eq}$ とする．この段階で，宇宙の膨張則が $a \propto t^{1/2}$ から $a \propto t^{2/3}$ と変化する．最後に，宇宙の晴れ上がりの時期で，放射の温度が 4000 K として

$$a_{\rm d} = \frac{T_{\rm r,0}}{4000\,{\rm K}} \sim 7 \times 10^{-4} \left(\frac{T_{\rm r,0}}{2.7\,{\rm K}} \right) \tag{5-47}$$

で，この時刻を t_d とする．この時期以後は，密度ゆらぎと放射との相互作用を考慮する必要がなくなる．

5-4-2　バリオン宇宙

まず簡単な，物質がバリオンのみの場合について，密度ゆらぎの時間変化を考えよう（以下では，すべて共動座標で議論する）．

(a)　$t<t_{ent}<t_{eq}$

4-1節の線形理論で述べたように，成長することができる密度ゆらぎの波長はジーンズ波長より長くなければならない．ジーンズ波長 λ_J は，近似的に音速 c_s と宇宙時間の積

$$\lambda_J=\frac{c_s}{aH} \tag{5-48}$$

で表される．放射が卓越する時代では，$c_s=c/3^{1/2}$ だから，ジーンズ波長は，ほぼ地平線のサイズ $x_H=c/aH\propto t^{1/2}$ に等しい．したがって，波長が地平線を越えるような密度ゆらぎしか成長できない．つまり，$t<t_{ent}$ の時期では，x_H を越える密度ゆらぎのみが成長することができ，その成長則は

$$\delta\propto t\propto a^2 \tag{5-49}$$

で与えられる（一般相対性理論による解析が必要だが，本書では省略した）．

(b)　$t_{ent}<t<t_{eq}$

宇宙の地平線内に入るとジーンズ波長より短いから，密度ゆらぎは振動または減衰する．この過程は，バリオンと輻射の相互作用を詳しく調べなければならない．

(c)　$t_{eq}<t<t_d$

物質のエネルギーが卓越するので，宇宙の膨張則は $a\propto t^{2/3}$ に，地平線の大きさは $x_H=c/aH\propto t^{1/3}$ と変化する．この時代では，まだ温度は高くプラ

ズマと放射は一体となって膨張しており，音速は，放射の圧力 $P_r = a_R T_r^4/3 \propto a^{-4}$ とバリオン密度 $\rho_B \propto a^{-3}$ で決まり，

$$c_s = \left(\frac{P_r}{\rho_B}\right)^{1/2} \propto a^{-1/2} \propto t^{-1/3} \qquad (5\text{-}50)$$

となる．したがって，ジーンズ波長は $\lambda_J = c_s/aH$ = 一定となる．その大きさは，時刻 t_{eq} での宇宙の地平線の大きさ $x_{H,eq} = t_{eq}/a_{eq}H_{eq}$ だから，この時期では $x_{H,eq} < \lambda < x_H$ を満たす波長の密度ゆらぎは，宇宙の地平線内に入っても成長することができる．

(d)　$t_d < t$

物質は原子となり放射との相互作用が切れるので，音速にはバリオンの圧力しか効かなくなる．そのため，宇宙の晴れ上がり前後で音速は

$$\frac{c_{s,d-}}{c_{s,d+}} = \left(\frac{a_R T_r^3}{3n_B k}\right)_d^{1/2} \sim 10^4 \qquad (5\text{-}51)$$

と急速に減少するため，ジーンズ波長は $\lambda_J = c_{s,d+}/a_d H_d$ へと急速に減少する．また，$c_s = (P_B/\rho_B)^{1/2} \propto a^{-1} \propto t^{-2/3}$ だから

$$\lambda_J = \frac{c_s}{aH} \propto t^{-1/3} \qquad (5\text{-}52)$$

と宇宙膨張とともに減少していく．したがって，短波長のゆらぎでも，その波長がジーンズ波長に等しくなる $(\lambda = \lambda_J)$ 時刻 t_J 以後は成長する．ゆらぎの成長則は線形理論では $\delta \propto a \propto t^{2/3}$ である．

以上を図5-8に示している．ゆらぎの時間的な振舞いと波長との関係をまとめておこう．

$\lambda > \lambda_{J,eq} = x_{H,eq}$

ゆらぎは常に成長する

$\lambda_{J,eq} > \lambda > \lambda_{J,d}$

$t < t_{ent}$	ゆらぎは地平線より大きく成長する
$t_{ent} < t < t_d$	ゆらぎは振動または減衰する

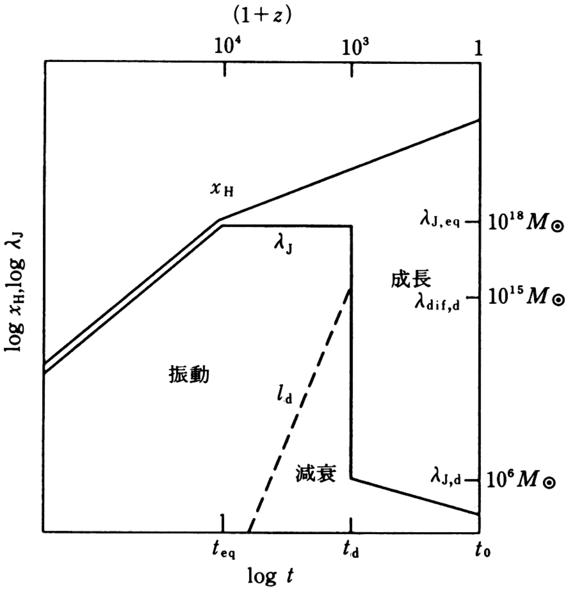


図 5-8 バリオン宇宙における密度ゆらぎの時間的振舞い

$t_d < t$ ゆらぎは再び成長する

$\lambda < \lambda_{J,d}$

$t < t_{ent}$ ゆらぎは地平線より大きく成長する

$t_{ent} < t < t_J$ ゆらぎは振動するか減衰する

$t_J < t$ ゆらぎは再び成長する

($t_J < t_0$ の場合)

実は，この議論はまだ不十分である．ゆらぎの自己重力による時間変化を考えたが，原始ゆらぎの熱力学的な性質を無視しているからである．それが重要なのは，波長が $\lambda < \lambda_{J,eq}$ の密度ゆらぎの，宇宙の晴れ上がり以前の振舞いである．密度ゆらぎとして，断熱ゆらぎと等曲率ゆらぎの二とおりが考えられる．その各々について，密度ゆらぎが放射との相互作用でどう変化するだろうか．

(1) 断熱ゆらぎ

断熱条件（エントロピーのゆらぎゼロ）から，バリオンのゆらぎ δ_B に対し，宇宙背景放射のゆらぎ $\delta_r = \delta_B/3$ が生じている．このとき，これらのゆらぎをならすような粘性や熱伝導による拡散が起こる．この拡散によってゆらぎが減衰する領域の大きさは，時間 t の間に，速度 v で，平均自由行程 l_f のランダムウォークで広がる距離

$$l_{\rm dif} = \frac{(vtl_f)^{1/2}}{a} \tag{5-53}$$

のオーダーである．断熱ゆらぎの場合，物質と放射のゆらぎをならすのは光子と電子の散乱過程だから，$v = c$ であり，平均自由行程は

$$l_f = (\sigma_T n_e)^{-1} \tag{5-54}$$

である（σ_T はトムソン散乱の断面積）．したがって，物質が卓越する時代の拡散距離は

$$l_{\rm dif} = \frac{(ct/\sigma_T n_e)^{1/2}}{a} \propto t^{5/6} \tag{5-55}$$

と増加していく．そのため時刻 t_d では，ほぼ

$$\lambda_{\rm dif,d} = \frac{(c/H\sigma_T n_e)_d{}^{1/2}}{a_d} \tag{5-56}$$

以下のゆらぎは減衰してしまうことになる．このサイズを現在の固有座標で表すと

$$r_{\rm dif,0} \sim 2(h^3 \Omega_{B,0})^{-1/2} \quad ({\rm Mpc}) \tag{5-57}$$

になる．断熱ゆらぎの場合は，銀河団またはそれ以上のサイズの密度ゆらぎしか残らず，その重力分裂を通じて銀河が形成されるので，トップダウン・シナリオと呼ばれている．あるいは，銀河団スケールの密度ゆらぎは3軸非対称で，いったん最短軸方向に潰れてパンケーキ状になると予想されるので「パンケーキ・モデル」とも呼ばれている．

このバリオン宇宙における断熱ゆらぎモデルは，宇宙背景放射のゆらぎの観測結果からただちに矛盾が生じる．重力不安定の線形理論でも議論したように，現在までに銀河団スケールのゆらぎが非線形段階まで成

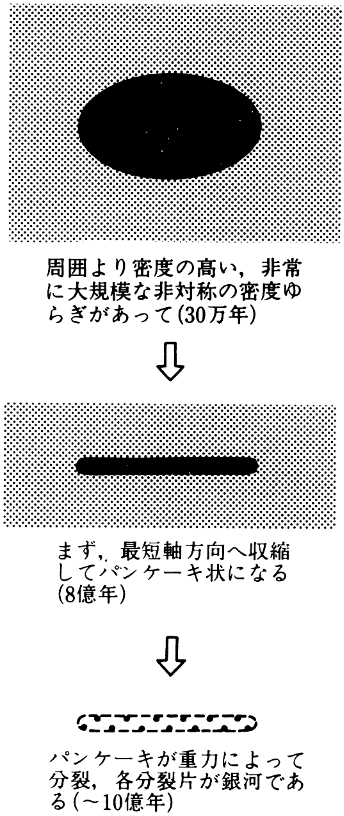


図 5-9 パンケーキ・モデルの模式図

長するためには，晴れ上がり時のバリオンの密度ゆらぎは $\delta_B > 10^{-3}$ でなければならない．しかし，断熱ゆらぎでは必ず $\delta_r = \delta_B/3 \sim 10^{-3}$ の温度ゆらぎを伴っているから，これだけの大きさの温度ゆらぎが存在しなければならない．ところが，観測によれば，$\delta_r \sim 10^{-5}$ でしかない．つまり，バリオンの密度ゆらぎは，宇宙の晴れ上がりの時点では $\delta_B \sim 10^{-5}$ でしかなかったのである．ならば，そのままでは現在までに銀

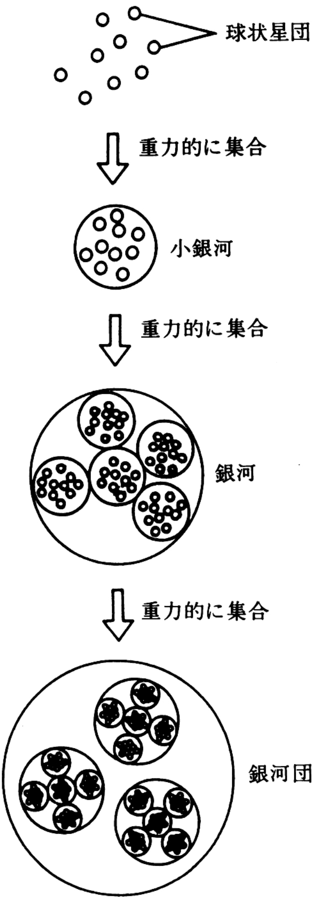


図 5-10　ボトムアップ・シナリオの模式図

河は形成されなくなってしまう．そこで以下に述べるように，バリオン以外のダークマターを考え，晴れ上がり時のダークマターの密度ゆらぎは $\delta_{DM}>10^{-3}$ であったと考えるのである．ダークマターは放射と重力以外では相互作用しないから，放射のゆらぎより大きいとしても問題はないからである．

(2)　等曲率ゆらぎ

この場合，エントロピーがゆらいでいるが，その大きさは時間的に変化しないことが知られている．このエントロピーゆらぎが源となって温度ゆらぎ δ_r もつくられていくが，宇宙の晴れ上がりの時期までに $\delta_r \sim 10^{-8}$ 程度にしか成長しない．このため，バリオンのゆらぎはならされないので，小さいサイズのゆらぎも宇宙の晴れ上がりの時期まで残っている．一般に，$n > -3$ である限り小さいサイズのゆらぎの振幅が大きいので，銀河スケールより質量の小さい天体から形成され，それらが重力によって集合して銀河へ成長するので，ボトムアップ・シナリオと呼ばれている．

5-4-3　ダークマター宇宙

宇宙の質量を担うダークマターが WIMPs（Weakly Interacting Massive Particles，弱い相互作用しかしない質量をもつ素粒子）である場合の銀河形成のシナリオは，以下のようになる．

(1)　宇宙の晴れ上がり以前

ダークマターのエネルギー密度が放射のエネルギー密度を上回るようになると，ジーンズ波長を越えるダークマターのゆらぎ δ_{DM} は成長しはじめ，宇宙の晴れ上がり直前には，$\delta_{DM} > 10^{-3}$ となっている．これに対し，バリオンのゆらぎ δ_B は放射との電磁相互作用のために成長せず，宇宙の晴れ上がり直前では，$\delta_B \sim \delta_r \sim 10^{-5}$ の大きさでしかない．

(2)　宇宙の晴れ上がり以後

ダークマターのゆらぎは成長し続け，その重力ポテンシャルに引かれてバリオンも集められていき，やがて $\delta_{DM} \sim \delta_B > 1$ となって宇宙膨張から切り離され，天体（銀河またはその母体）が誕生する．放射のゆらぎは，そのまま変化しないから $\delta_r \sim 10^{-5}$ のままである．

以上のようなシナリオで，観測されている宇宙背景放射のゆらぎの大きさが $\delta_r \sim 10^{-5}$ であり，赤方偏移が 5 以上で銀河が形成される条件を満たすこ

とができる．ダークマターが存在しないと，銀河も生まれないのである．

ダークマターの起源としては，弱い相互作用の物質化過程を考える．上では，実在する粒子であるニュートリノが弱い相互作用の物質化によって形成され，やがて自由になって宇宙に取り残されたが，他のWIMPsでも，その素粒子さえ実在すれば同じように宇宙に取り残されダークマターとなる．つまり，まず高エネルギーの光子から電磁相互作用でレプトン・ペアが形成され，その弱い相互作用でWIMPsペアが形成されるのである．ただし，この場合2つの可能性がある．このようなプロセスが生じるのは，介在するレプトンの質量を m_l としたとき，宇宙の温度が

$$kT_r \sim m_l c^2 \tag{5-58}$$

の時期である．この温度がWIMPsの質量 m_{WIMPs} の静止エネルギーに比べ，非常に高い場合（$kT_r \gg m_{\mathrm{WIMPs}} c^2$）を熱いダークマター（HDM），低い場合（$kT_r \ll m_{\mathrm{WIMPs}} c^2$）を冷たいダークマター（CDM）と呼ぶ．HDMは相対論的粒子として生成され，CDMは非相対論粒子として生成されるから，その後の振舞いが以下のように異なってくる．

（a）HDM宇宙

HDMの代表として，$m_\nu c^2 \sim 10$ eV程度の質量をもつニュートリノ(以下，反ニュートリノも含む）を考えよう．ニュートリノが生成される時期では $kT_r \sim m_e c^2 = 511$ keVだからニュートリノの質量は無視でき，フェルミ分布となっている．したがってニュートリノの数密度 n_ν と放射の数密度 n_r は

$$n_\nu = \frac{3 g_\nu \zeta(3)}{4\pi^2} \left(\frac{kT_\nu}{\hbar c} \right)^3 \tag{5-59}$$

$$n_r = \frac{g_r \zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{kT_r}{\hbar c} \right)^3 = \frac{11 n_\nu}{3} \tag{5-60}$$

と表される．$g_i (i = \nu, r)$ は統計的重みで，$\zeta(3)$ はリーマンのツェーター関数である．また，ニュートリノ1個の平均運動量は

$$\frac{p_\nu}{m_\nu c}=\frac{7\pi^4\zeta(3)}{180}\frac{kT_\nu}{m_\nu c^2} \tag{5-61}$$

と計算できる．ニュートリノが形成された時刻での運動エネルギーを温度で表せば

$$T_\nu(z)=\left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}T_{\rm r}(z)=0.71\,T_{\rm r}(z) \tag{5-62}$$

となる．$(4/11)^{1/3}$ のファクターは，ニュートリノとの相互作用が切れて後，電子と陽電子が対消滅して光子に戻るために放射の温度が少し高くなる効果から来ている．自由になったニュートリノは断熱膨張するので分布関数の形は変わらないから，以後のニュートリノの温度は

$$T_\nu(z)=0.71\,T_{\rm r,0}(1+z) \tag{5-63}$$

と減少する．したがって，$p_\nu=m_\nu c$ まで温度が下がった時点で，ニュートリノは非相対論的粒子になる．このときの赤方偏移は

$$\begin{aligned}(1+z_{\nu,nr})&=\frac{m_\nu c^2}{0.71kT_{\rm r,0}}\\&\sim 2\times10^4\,\frac{m_\nu c^2}{10\,{\rm eV}}\left(\frac{2.7\,{\rm K}}{T_{\rm r,0}}\right)\end{aligned} \tag{5-64}$$

である．

一方，生成されたニュートリノの数密度は $n_\nu=(3/11)\,n_{\rm r}$ で，ニュートリノと放射のエネルギー密度が等しくなる時期は

$$\begin{aligned}(1+z_{\nu,{\rm eq}})&=\frac{3}{11}\frac{m_\nu c^2}{kT_{\rm r,0}}\\&\sim 1.1\times10^4\,\frac{m_\nu c^2}{10\,{\rm eV}}\left(\frac{2.7\,{\rm K}}{T_{\rm r,0}}\right)\end{aligned} \tag{5-65}$$

だから，式 (5-64) と比較すると，ニュートリノはまず非相対論的粒子となって後，放射卓越からニュートリノ卓越の宇宙に変わることがわかる．

ニュートリノの空間分布に密度ゆらぎ δ_ν が存在したとしよう．このゆらぎが自己重力によって成長するかどうかは，ゆらぎの波長とジーンズ波長の大きさを比較すればよい．ニュートリノが相対論的な時代では，バリオン宇

宙での放射卓越時代と同じで，ジーンズ波長は $\lambda_{\nu,\mathrm{J}}=ct/3^{1/2}a$ であり，ほぼ宇宙の地平線と一致するから地平線を越えるゆらぎしか成長できない．

ニュートリノが非相対論的粒子になると，ジーンズ波長は

$$\lambda_{\nu,\mathrm{J}}=\frac{c_{\mathrm{s},\nu}(\pi/G\rho_\nu)^{1/2}}{a} \tag{5-66}$$

と表せる．$c_{\mathrm{s},\nu}$ はニュートリノの音速で，分布関数が変化しないから，運動量は $p\propto a^{-1}\propto T_\nu$ と変化し，

$$c_{\mathrm{s},\nu}=\frac{3kT_\nu}{m_\nu c} \tag{5-67}$$

と表される．また，ニュートリノの密度は

$$\begin{aligned}\rho_\nu&=n_\nu m_\nu\\&=9.7\times10^{-28}\left(\frac{m_\nu c^2}{10\,\mathrm{eV}}\right)\left(\frac{T_{\mathrm{r},0}}{2.7\,\mathrm{K}}\right)^3(1+z)^3\quad(\mathrm{kg\,m^{-3}})\end{aligned} \tag{5-68}$$

だから，ジーンズ波長は

$$\lambda_{\nu,\mathrm{J}}=3.1\times10^{20}\left(\frac{m_\nu c^2}{10\,\mathrm{eV}}\right)^{-3/2}\left(\frac{T_{\mathrm{r},0}}{2.7\,\mathrm{K}}\right)^{-1/2}(1+z)^{1/2}\quad(\mathrm{m}) \tag{5-69}$$

となる．時間とともにジーンズ波長が減少することがわかる．ニュートリノのような無衝突粒子の場合，ジーンズ質量以下のゆらぎは互いに通り過ぎてしまうので圧力が働かないため，ゆらぎは減衰していく．したがって，ジーンズ質量が，ニュートリノ宇宙において形成される天体の質量の目安を与えることになる．

図5-11に，ニュートリノ宇宙のゆらぎの振舞いと時間との関係を示している．ジーンズ波長は，ニュートリノが非相対論的粒子に転じるときに最大となることがわかる．このジーンズ波長が最大になるゆらぎの質量は

$$M_{\nu,\max}=1.6\times10^{17}\left(\frac{m_\nu c^2}{10\,\mathrm{eV}}\right)^{-2}m_\odot \tag{5-70}$$

で，ニュートリノ宇宙ではこのサイズの天体が形成されると期待される．この質量は銀河団かそれ以上の大きさだから，ニュートリノ宇宙ではトップダウン・モデルになることがわかる．

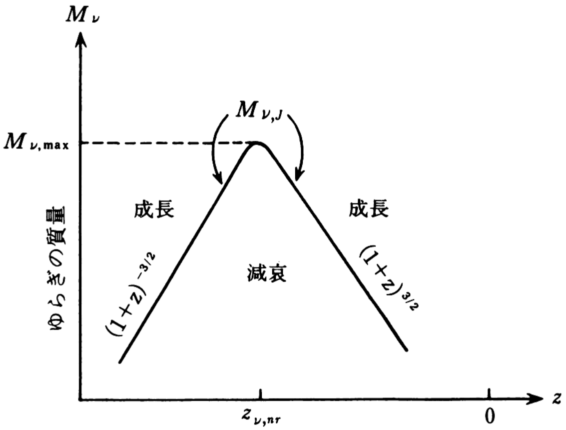


図 5-11 ニュートリノ宇宙における密度ゆらぎの時間的振舞い

(b) CDM 宇宙

ダークマターは非相対論的粒子として生成され，放射との相互作用もないので，実質的にはジーンズ波長はゼロと考えてよい．しかし，ゆらぎが宇宙の地平線内に入った時刻 t_{ent} が放射卓越の時代であれば放射のゆらぎは成長することができず，それに引きずられてダークマターのゆらぎも成長できない．やがて，$t=t_{\mathrm{DM,eq}}$ でダークマターのエネルギー密度が放射のエネルギー密度と等しくなり，それ以後は自己重力で成長するようになる．この点を考慮すると，ゆらぎの波長とその時間的な振舞いは以下のようになる．時刻 $t_{\mathrm{DM,eq}}$ での宇宙の地平線の大きさを $x_{\mathrm{H,DM,eq}}$ としよう．

$x_{\mathrm{H,DM,eq}}<\lambda$

　　ゆらぎは常に成長する

$\lambda<x_{\mathrm{H,DM,eq}}$

$t<t_{\mathrm{ent}}$	宇宙の地平線を越えており成長する
$t_{\mathrm{ent}}<t<t_{\mathrm{DM,eq}}$	放射卓越時代でゆらぎは成長しない
$t_{\mathrm{DM,eq}}<t$	ゆらぎは自己重力で再び成長する

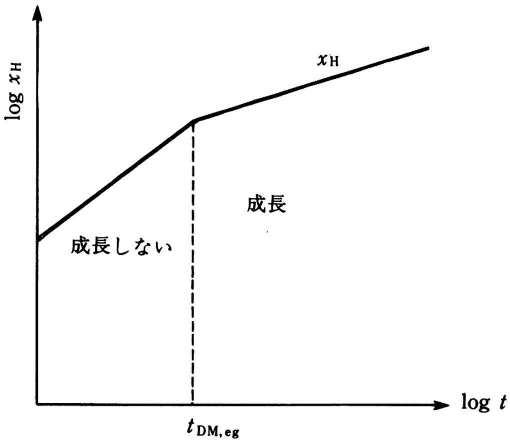


図 5-12　CDM 宇宙における密度ゆらぎの時間的振舞い

これらを図 5-12 に示している．波長が短いゆらぎほど t_{ent} と $t_{DM,eq}$ の時間差（ゆらぎの成長が止まる期間）が長いことがわかる．しかし，ゆらぎのスペクトラムのベキ $n=1$ の場合，ゆらぎの振幅は波長が短いほど大きいので，質量の小さい天体が早く形成される．したがって CDM 宇宙ではボトムアップ・モデルになっている．

5-4-4　銀河形成論の現状

銀河形成理論は，非一様な宇宙の観測によって検証されねばならない．第4章で述べたように，観測から得られた条件としては

(1)　宇宙の大規模構造が再現されること

(2)　特に，銀河や銀河団の2体相関関数が再現できること

(3)　銀河の特異運動が説明できること

(4)　宇宙背景放射のゆらぎと矛盾しないこと

などである．

しかし，理論の中に入ってくる未知のパラメターは

(1)　ゆらぎの初期スペクトル（振幅 A とベキ n）

(2)　ダークマターが何で，どれくらい（Ω_0）存在するか

(3)　宇宙のパラメター H_0，k_0，λ_0 の正確な値

(4)　観測している銀河（バリオン）分布とダークマター分布の関係

であり，まだ観測量より多い．そのため，現状では，観測結果を再現するというより，観測結果を用いて未知のパラメターを決めているに過ぎない．つまり，まだ予言力をもつ理論になっていないから銀河形成論は未完成といえる．その意味では，まだ発展途上なのだが，さらに多くの観測事実を集積して未知のパラメターに厳しい制限を加えることが先決であると思われる．それこそが観測的宇宙論の大目標であり，今後より精力を集中していくべき分野なのである．

第6章

21世紀の観測的宇宙論

本書では観測的宇宙論の基礎的な概念をまとめたが，ハッブル宇宙望遠鏡やケック望遠鏡などを使って得られた新しい観測事実を基礎にした宇宙論研究については触れなかった．次々と新しいデータが出されている躍動的な状況にあるので瞬く間に内容が古くなるため，あえて書き加えることをしなかったためである．そこで本章で，現在進められている観測的な研究と，それを用いた理論的な研究を概観しつつ，21 世紀の観測的宇宙論を展望したい．観測的宇宙論の主要な課題は，宇宙のパラメターを決定すること，宇宙構造の解析を通じて宇宙進化過程を明らかにすること，特異天体の物理状態の解析とその宇宙論的位置づけをすること，の 3 つである．以下では，これらの課題についての最近の研究状況を手短にまとめ，最後に観測的研究と理論的研究の今後について考えてみたい．

6-1　宇宙パラメターの決定

6-1-1　ハッブル定数

第 3 章で述べたように，ハッブル宇宙望遠鏡によるセファイド型変光星の観測，I 型超新星を用いた観測，SZ 効果や重力レンズを利用した観測など，さまざまな方法が提案され，それぞれについて誤差範囲が小さくなってきた．その結果，おおむね，$H_0 = 65 \pm 10$ (km s^{-1} Mpc^{-1}) という値に収束してきた．注意すべきことは，セファイド型変光星では距離が 20 Mpc 内の局所

的な宇宙での値であるのに対し，超新星では距離が 200 Mpc 内，SZ 効果や重力レンズでは 1000 Mpc を越える領域での値であるということである．この宇宙において銀河は非一様な分布をしており，それによる特異運動成分が必ず存在するから，領域の大きさによってハッブル定数は異なってくるはずである．むろん，特異運動がすべて明らかになれば，当然 1 つのハッブル定数に収束することになるが，そのためには銀河分布の大規模構造や特異運動の解析が不可欠である．

今後の見通しとしては，ハッブル宇宙望遠鏡によるセファイド型変光星のサンプルが増やされ，局所的なハッブル定数の値は確立すると思われる．さらに，ハッブル宇宙望遠鏡の次世代望遠鏡が稼働すれば，100 Mpc までセファイドの観測が可能になり，距離とともにハッブル定数がどう変わっているかがわかるかもしれない．また，SZ 効果や重力レンズを利用する方法ではサンプルを増やすことが最も重要で，微細な効果まで精密に検出するための全波長域の詳細な観測が共同で行われる必要がある．理論的には，SZ 効

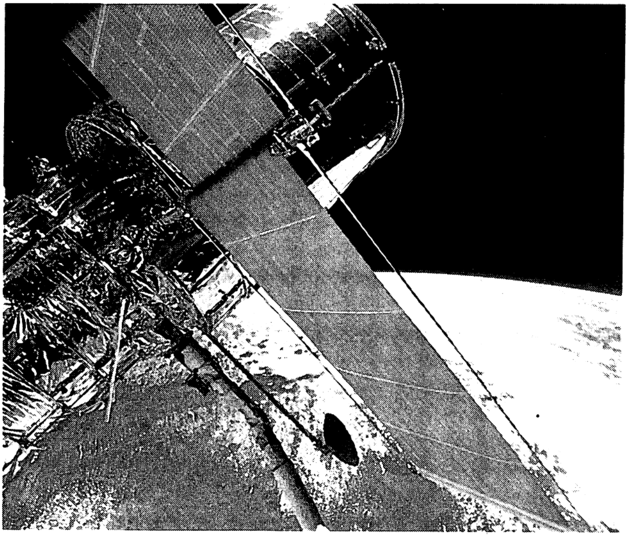


図 6-1　ハッブル宇宙望遠鏡（NASA）

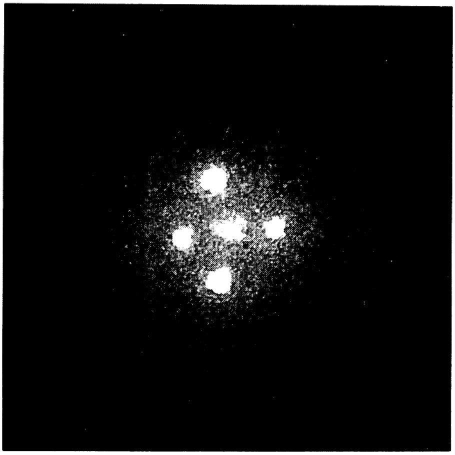


図 6-2 アインシュタイン・クロス (NASA)
重力レンズでとらえた遠方の銀河が 4 つの像を結んでいる.

果や重力レンズのモデルを確立していくことが重要だろう. たとえば, SZ効果では銀河団の見かけの大きさ(視角)と奥行きのサイズの関係, 重力レンズではレンズ天体の重力場が不定性の主原因なのだが, どのような観測によってそれらを精度よく決められるかの理論的な考察などが考えられる. また, 非常に小さな物理量でも観測可能になることを予測し, それらと宇宙のパラメターとの関係も調べつくしておく必要があると思われる.

6-1-2 密度パラメター

ケック望遠鏡によってクェーサーの吸収線系での重水素量の測定が行われるようになり, ビッグバン初期での元素形成モデルと比較することにより, バリオン量を決定する試みが進行中である. 現在のところでは, 同じ水素雲中にある重水素による吸収と別の水素雲による水素原子の吸収との区別に問題があり, 観測結果に 1 桁の差異がある. 今後, 観測に都合のよいクェーサーの数が増え, 吸収線のプロフィルが正確に決定されるにつれ, 重水素量の正確な値が得られると期待できる.

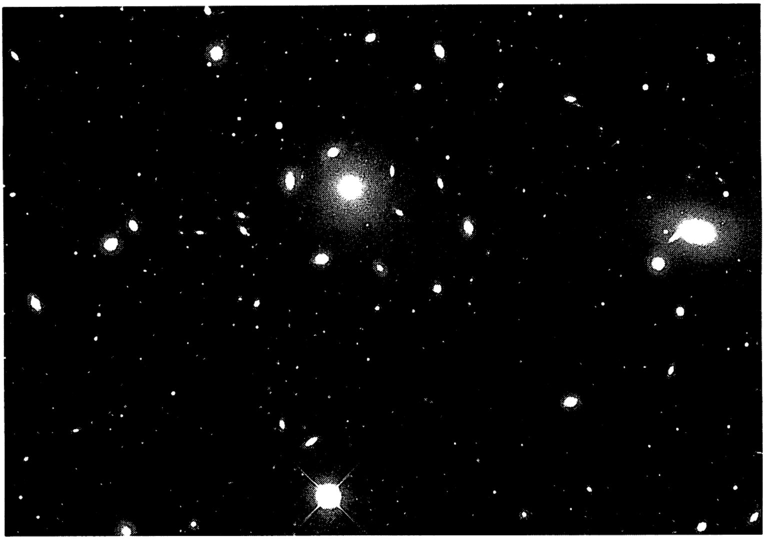


図 6-3　かみのけ座銀河団 (The Kitt Peak National Observatory)

問題は，ダークマターの存在量と，それがどのように分布しているかであり，これについては，多波長観測と理論モデルを組み合わせた研究が最も重要になるだろう．銀河ハローにおけるマイクロレンズ天体の存在量の確定については，赤外線観測による微光天体の同定，より微細な重力レンズの観測が強力に進められるだろう．これによって，銀河スケールでのバリオン・ダークマター量への厳しい制限を得て，ハローにおける星形成史につなげていくことが可能になると思われる．銀河団スケールのダークマターについては，X線の高分解能観測と重力レンズ効果を組み合わせて重力場を正確に決定することが不可欠である．現在のところ，まだサンプルの数が少ないが，増えるに従いダークマターの存在量と分布についての一般則が得られるだろう．さらに，銀河団を越えて広がるダークマターの有無については，それが存在するとして，銀河や銀河団のダイナミックスにどう影響するか，宇宙背景放射や重力レンズ効果にどう影響を与えるかなど，まず理論的な解析が必要だろう．

6-1-3 宇宙年齢

ハッブル定数から推定される宇宙年齢は宇宙膨張を利用したものだが，それとは独立に，球状星団の年齢，放射性同位元素法，白色矮星の光度関数などから宇宙年齢の最小値を求めている．放射性同位元素法には太陽系形成以前の星生成率の不定性が大きく，白色矮星の光度関数は銀河系円盤が形成されてからの時間しか測ることができない．その意味で，銀河系ハローに存在する球状星団は銀河系で最も古い天体と考えられるし，星の進化理論もよく整備されているので，その年齢は信頼度が高い．しかし，球状星団のHR図を正確に描く必要があり，ここにおいても球状星団の距離測定の精度が問題になる．ヒッパルコス衛星を用いた高精度の位置決定によって，変光星の年周視差による距離の決定から，光度と周期の間の正確な関係を決めることができた．それらの多数の変光星のデータから，光度・周期関係について，距離測定の梯子を利用しない絶対的な関係を得ることができたのである．これを球状星団中にある変光星に適用することにより，これまで推定されていた球状星団までの距離が約10%遠くなることが明らかになった．その結果，球状星団の星の絶対光度が従来の推定値より約20%大きくなり，その星の質量も数%大きくなければならず，寿命にすると約10%短いことになる．ヒッパルコス衛星の結果についてはまだ問題もあり，今後より精度の高い観測をしなければ最終結論は得られないが，球状星団の年齢についても，まだこのような不定性が残っているのである．

今後可能になると思われる観測は，球状星団中にある白色矮星の光度関数の決定であろう．遠くの球状星団の暗い白色矮星まで分離して観測するのは相当に困難だろうが，次世代宇宙望遠鏡ではそれが可能となり，星の進化論と白色矮星の光度関数という2つの独立した方法で年齢を決定することができるようになると期待される．それにより，信頼できる球状星団の年齢がわかり，ハッブル定数から求めた宇宙年齢との比較の議論も十分意味のあるものとなる．

6-1-4　宇宙項

宇宙項の直接検出については，1000 Mpc を越えるような領域で多数のサンプルの統計をとり，空間の幾何学を決定する必要がある．したがって，宇宙深くまでの観測によるデータの蓄積が不可欠である．これまで利用されてきたのは，銀河カウント，重力レンズの統計，クェーサーの吸収線系の統計だが，銀河カウントや吸収線系については進化効果が大きく信頼できる値は得られていない．現在，最も信頼できる方法は重力レンズの統計だが，まだ制限としては厳しくなく，今後さらに重力レンズのサンプルを増やす必要がある．

6-2　宇宙構造の解析

6-2-1　銀河間ガスと宇宙背景紫外光

宇宙に存在するバリオンがすべて銀河になってしまったとは考えられないから，その一部はガスとして銀河間空間に漂っているはずである．では，どれくらい銀河間ガスが存在し，どのような物理状態にあるのだろうか．銀河間ガス探しは30年にわたって続けられてきたが，1994年まで成功しなかった．もし，水素が原子の状態にあるのなら波長21 cmの電波輝線で，部分的なイオン化状態なら可視光でのバルマー輝線などで観測できるはずなのだが，そのような背景輝線は何ら検出されなかった．そのことは，銀河間ガスは非常に希薄であることを意味する．非常に希薄であっても中性の水素原子が存在するならば，それを検出する方法はある．GPテストと呼ばれる方法で，クェーサーが放出するライマン・アルファの輝線（静止系で1216 Å）の長波長側と短波長側の連続光の強度を比較する．クェーサーの手前側に銀河間ガスが存在すると，クェーサーのライマン・アルファ輝線の短波長側で，銀河間ガスに含まれる水素原子によるライマン・アルファ線の吸収が起こる．銀河間ガスが連続的に分布していると，吸収線も連続的に生じるから短波長側の連続光の強度が下がることになる．この減光の量から，銀河間ガス中の

水素原子の量が決定できる．しかし，これまでの観測では減光の上限値しか得られず，水素原子はほとんど完全イオン化していると考えられた．それなら，次に宇宙に多く存在するヘリウムについて，中性のヘリウム原子の輝線（504 Å）か，1 回電離したヘリウム・イオンの輝線（304 Å）の GP テストを行えばいいのだが，波長が紫外線領域にあって地上からの観測では困難であった．ハッブル宇宙望遠鏡とスペース・シャトルに搭載した紫外線望遠鏡によってヘリウムの GP テストが可能になり，ようやく銀河間ガスが検出された．その結果，銀河間ガスでは，水素はほぼ完全電離しており，ヘリウムは 1 回電離した状態にあることがわかった．このような状態の銀河間ガスの温度は，1 万度以上と推定される．

さて，ここで問題が生じる．宇宙の 30 万年のころ，放射の温度は 4000K 以下になり，バリオンはすべて原子に変わった．その原子から銀河が生まれ，銀河にならなかった成分が銀河間ガスとして漂っていることになる．ところが，検出された銀河間ガスは，高温でイオン化した状態にある．同様なクェーサーの連続光の観測から，$z=4.9$ の時期にはすでに銀河間ガスがイオン化されていることがわかっている．では，いつ，どのような過程で，銀河間ガスは加熱・イオン化されたのだろうか．通常は，クェーサーが $z=10$ 前後から形成されはじめ，クェーサーから放出された軟 X 線や紫外線が重ね合わされた宇宙背景紫外光によって銀河間ガスが加熱・イオン化されたと考えられているが，必ずしもこのモデルで満足できるわけではない．その理由の 1 つは，観測されているクェーサー数では，銀河間ガス全体を加熱・イオン化するのに不足することである．そのため，クェーサーはもっと多数存在しているのだが，宇宙塵によって光が吸収されて観測されないというようなことを考えねばならない．もう 1 つの問題点は，クェーサーから放出される紫外線のスペクトルは $f\sim\nu^{-1}$ がほとんどであり，それらを重ね合わせた背景紫外光も同じスペクトルになる．ところが，もし背景紫外光のスペクトルがこのようなベキになっていると，すべてのヘリウムは 2 回電離されてしまい，GP テストで検出されるほどの 1 回電離ヘリウムが残されないことに

なってしまう．観測を説明するためには，背景紫外光のスペクトルがもっと大きなベキになっているか，何らかの理由でヘリウムが2回電離するエネルギーで強度が減少していると考えねばならない．いずれにせよ，クェーサーの形成から $z=5$ の時期に到るまでの宇宙進化を詳しく考える必要がある．また，今後さまざまな時期のGPテストによって，銀河間ガスの物理状態がどのように進化してきたかが明らかになるだろう．

6-2-2　銀河間の雲

銀河間ガスは宇宙空間に一様に漂うガスのことだが，それ以外に，ガスが雲のような固まりとなって分布する銀河間雲が存在することは以前から知られていた．クェーサーのライマン・アルファ輝線の短波長側に細く鋭い吸収線が多数見つかっており，これらの吸収線が水素原子のライマン・アルファ吸収によるものと同定され，クェーサーと私たちの間に水素原子の固まりが点々と分布していることがわかったからである．これらの吸収線は，通常「ライマン・アルファの森」と呼ばれている．この吸収線の幅や深さから，吸収体は銀河質量の10万分の1くらいの質量の雲であり，検出されている吸収線の数から，銀河間の雲は銀河の1000倍も多く存在していることがわかってきた．

この銀河間雲は，銀河とどのような関係があるのだろうか．ハッブル宇宙望遠鏡やケック望遠鏡による観測から，①水素原子密度の高い雲には重元素が存在していること，②弱いながらも200 km s^{-1} 以下で相関していることが認められること，③70％の雲は銀河の周辺200 kpc 内に分布していることなどが確認されており，通常の銀河・矮小銀河・銀河間雲という質量についての階層構造をなしていると考えられる．したがって，銀河形成の問題は，必然的に矮小銀河や銀河間雲の起源と進化の問題と一体として考えねばならないことになった．さらに，上の銀河間ガスの加熱・イオン化や熱的不安定のような物理過程とも関連があると思われるので，$z=20$ から5に至る宇宙進化の研究が，今後ますます重要になるだろう．

6-3　特異天体の宇宙論的位置づけ

6-3-1　クェーサーの母天体

クェーサーの像を撮ると星のように点状にしか写らないので，準恒星状天体（Quasi Stellar Objects，略してQSOまたはQuasar）と呼ばれているのだが，その赤方偏移が宇宙膨張によるとすれば，1000 Mpc以上彼方にあり，ほぼ太陽系の大きさである10^{15} cmくらいの領域から，銀河の100倍以上のエネルギー放出を行っていることになる．現在では，中心部に太陽質量の100万倍以上のブラックホールがあり，そこへガスが降り積もる過程で巨大な重力エネルギーが解放されているというモデルが最も有力である．

では，クェーサーと通常の銀河は，どのような関係にあるのだろうか．考えうるのは次の3つの可能性である．①クェーサーは通常銀河とは本質的に異なった特異天体である，②クェーサーの母天体は通常の銀河と同じだが，中心部に巨大ブラックホールをもつという意味で特異である，③通常の銀河にも中心部にはブラックホールがあり，かつてはクェーサーとして活動的であったが，何らかの理由で現在活動性を失っているだけである．①と②③を区別するためには，長時間観測によってクェーサー周辺部に星の集団である銀河が存在するかどうかを確かめればよい．ハッブル宇宙望遠鏡による観測で，クェーサーの数十kpc内の領域に通常の銀河と同じような星が分布していることが確かめられた．星分布の形態も近傍の銀河と似た渦巻型や楕円型であり，クェーサーは通常の銀河にブラックホールが存在しており，その中心部が特に明るく輝いていると考えてよさそうである．

では，すべての銀河中心部にブラックホールが存在しているのだろうか，それともブラックホールが存在する銀河（クェーサー）と存在しない銀河（通常銀河）の区別があるのだろうか．また，クェーサーは，遠方には（過去には）多数存在しているが近傍では見つかっていないが，かつて輝いたクェーサーはどうなったのだろうか．これらの疑問については，現在のところ明確

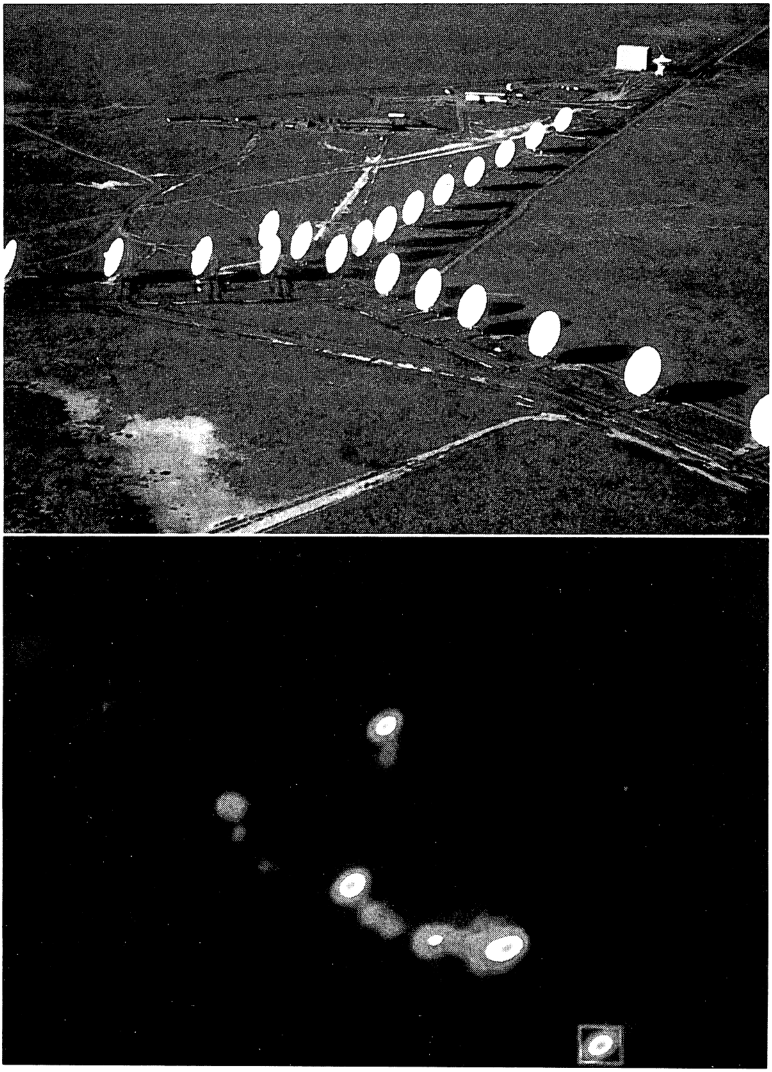


図 6-4　電波望遠鏡（上）と，電波でとらえたクェーサー（National Radio Astronomical Observatory）

な答えは得られていない．しかし，私たちの銀河系中心部が特異な活動性を示すことや，活動的銀河核（Active Galactic Nucleus，略して AGN）と呼ばれるクェーサーを小型にしたような活動性を示す銀河が近傍にあることから，すべての銀河中心部にブラックホールが存在している可能性が高い．今後，銀河とクェーサーの関係，クェーサーの活動性の進化，銀河中心部での巨大ブラックホール形成など，解くべき問題が多くある．

6-3-2　原始銀河の探査

生まれたての銀河，つまり原始銀河探しが長く続けられてきたが，まだ決定的な原始銀河は発見されていない．しかし，原始銀河はすでに発見されていると主張する研究者もいる．原始銀河についての共通のイメージがないからである．したがって，理論的には，原始銀河のモデルを確立し，どのような特徴があるかを明確にする必要がある．観測的には，より遠方の銀河を探し出し，それらの共通した性質を調べ上げることで原始銀河像を絞り込むことが重要である．といっても，ただやみくもに望遠鏡を暗闇に向けても目標の天体は見つからない．そこで，原始銀河が存在しそうな場所に狙いをつけ，非常に暗い銀河まで徹底的に探査するという方法がとられている．それらの代表的な方法は以下のようなものである．

(1)　クェーサー周辺の探査

現在発見されている赤方偏移 z が 4 以上のクェーサーは 50 個以上になった．これらのクェーサーの周辺に銀河が存在するかどうかが重要な観測目標になっている．比較的近くのクェーサーの多くが銀河群と呼ばれる銀河が十数個集まった集団内に存在しており，遠方でもクェーサーと銀河が組になっていると考えられるからである．最近，$z=4.7$ のクェーサーのすぐ近くに，一酸化炭素 (CO) の輝線観測によって巨大な分子ガスが発見された．炭素や酸素のような重元素は星内部でしか形成されないから，この時点ですでに星生成が進んでいることを意味しており，この天体は重要な原始銀河候補と考えられる．また，強いライマ

ン・アルファ輝線を放つ天体も $z=4.7$ に発見されており，銀河とクェーサーの誕生には強い相関があるようである．さらに，クェーサーのすぐそばにあって引き裂かれているように見える銀河もあり，原始銀河がクェーサーの活動源ともなっている可能性もある．

(2)　クェーサーの吸収線系

クェーサーの吸収線は視線上にある銀河や銀河間雲のガスによって生じており，そこに何らかの天体があるのは確かである．そこで，炭素やマグネシウムのような重元素による吸収線系の位置に焦点をあてて，撮像したりスペクトルを撮る観測が行われている．このような方法によって，マグネシウムの吸収線系について，z が1以下だが，すでに数十個の銀河が同定されている．また，$z=3.8$ に強いライマン・アルファ輝線を放出する銀河が発見されており，これは渦巻型銀河で，この時期には安定な円盤が形成されていることを意味している．今後，さらに多くの銀河が系統的に同定されることが期待される．

(3)　電波源や赤外線源の光学的な同定

電波源や赤外線源カタログに記載されている天体1つ1つを光学的に同定する観測によって，多くの高赤方偏移銀河が発見されてきた．現在のところ，最も遠方の電波銀河は $z=4.4$ に発見されている．電波銀河は中心核活動が盛んな銀河だから特異な銀河で，必ずしもこれらが通常の銀河の原始的な姿であるかどうか問題はある．しかし，これらの電波銀河では中心核活動によって星生成が促進されている兆候があり，通常の銀河でもブラックホールをもつなら，初期には中心核活動が進化をドライブしたと考えられるから，これらは原始銀河そのものかもしれない．また，赤外線天文衛星 (Infra-Red Astronomical Satellite, 略してIRAS) によって発見された赤外線天体の同定観測によって，多数のスターバースト銀河が発見された．星形成が爆発的に起こっている銀河で，銀河系の星形成率の10倍から100倍もの割合で星が生まれている．銀河がこのようなスターバーストで始まったとすると，これらの赤外線

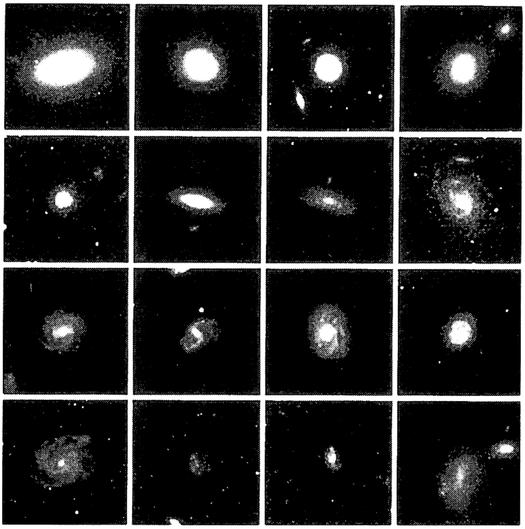


図 6-5 ハッブル宇宙望遠鏡がとらえた遠方のさまざまな銀河（NASA）

銀河は明らかに原始銀河そのものといえる．このような赤外線銀河は $z=2\sim3$ に多数発見されており，これらが原始銀河の雛形なのかもしれない．

(4) ハッブル・ディープ・フィールド

ハッブル宇宙望遠鏡の特別なプログラムに，天球のある方向に長時間望遠鏡を向け続け，地上では観測が不可能な 29 等までの天体の像を撮るハッブル・ディープ・フィールド（Hubble Deep Field：HDF）がある．4 つの波長帯での 30～50 時間の観測で，夜空をぎっしり埋めつくすくらい天体の像が写っている．そこには当然原始銀河も写っている可能性が大きい．しかし，現在のところ，スペクトルを撮って天体までの距離が測れるのは 24 等くらいだから，29 等の像はいったいどのような年齢の銀河なのかはわからない．そこで，4 つの波長帯での強度分布と銀河進化モデルを比較して，銀河の年齢を推定するという便法がとられている．その結果，それらは z が 6～9 の銀河である可能性が高いとい

う結論が得られている．その真偽は，大型望遠鏡を使ってのスペクトル観測が可能になるまで明らかではないが，遠くない未来に原始銀河が発見されることは確かなようである．

6-4　観測的研究の展開

21世紀には観測的な研究がよりいっそう進展すると予想される．そこで，まず宇宙観測装置についてまとめておこう．

現在稼働中のハッブル宇宙望遠鏡は2005年に役割を終える予定だが，次世代宇宙望遠鏡についての議論がすでに開始されている．大気外で望遠鏡を稼働させる上での問題点はほぼクリアーされたので，あとはいかに大きな口径の望遠鏡にするかが焦点で，とりあえずの案は，単一のスペース・シャトルで打ち上げられる限界の口径4m鏡が第1候補に挙げられている．先に述べたハッブル•ディープ•フィールドのような長時間露光で非常に暗い（見かけの明るさで29等)天体まで撮像し，宇宙の果て近くまで銀河を探査する観測には，現在の口径2.5mの宇宙望遠鏡では50時間も望遠鏡を同じ天域に向け続けねばならない．口径を4mにすると，その面積の比だけ観測時間が少なくてすむし，同じ時間をかけるとさらに1等暗い天体まで像を撮ることができる．スペクトル観測でもさらに波長分解能を上げることができるから，天体の組成や運動状態がより詳しく解析できる．いっそのこと，口径8mの鏡を分割して持ち上げ宇宙空間で組み立てたらという案も検討されているそうである．さて，これが実現されると，天文学にどのような革命がもたらされるだろうか．

むろん，地上からの観測も継続して行われるだろう．宇宙望遠鏡に搭載される観測装置は，すぐに修理したり取り替えたりできないから，安定に稼働することが確認された装置である．その意味では，やや時代遅れの装置になってしまう．地上では，新たに工夫された，微妙な調整が必要な装置も使えるから，口径8〜10m級の望遠鏡と組み合わせることにより，宇宙望遠鏡

では成しえない野心的な観測が可能になる．現在，口径 10 m のケック望遠鏡 2 台が稼働しているが，日本の「すばる」望遠鏡，ヨーロッパ南天天文台の 4 台の 8m 鏡を組み合わせる VLT（Very Large Telescopes），ハワイとチリに建設して全天を観測できる GEMINI，ほかに MAGELLAN 計画や双眼鏡型望遠鏡建設など，21 世紀初頭には 10 台を越える大望遠鏡が稼働しはじめる．すでにケック望遠鏡がもたらしている素晴らしい成果を考えると，詳細で大量のデータによって宇宙進化の観測的な理解が飛躍的に進展すると期待される．

むろん，大望遠鏡が建設されても，観測すべき天体のカタログがなければ，どの方向に望遠鏡を向けるべきかがわからない．そのために，これまで広角レンズのシュミット望遠鏡写真が使われてきた．しかし，これはフィルム上へのアナログ撮影であり，見かけの形状や光度分類に限界があった．そこで，通常の反射望遠鏡だが視野を大きくとり，CCD カメラでデジタル撮影を行うとともに，同じ望遠鏡を使って多天体スペクトル観測を行う SDSS（Sloan Digital Sky Survey）計画が進められている．30 個の CCD を並べたモザイク・カメラによって 5 色で観測し，その色分布から星・銀河・クェーサーを区別してカタログをつくり，銀河やクェーサーのスペクトルを撮って空間分布や光度関数を調べる予定である．これにより，銀河 1 億個の撮像（現在の最大のカタログでは約 7 万個），銀河 100 万個の距離分布（現在は約 2.5 万個），クェーサーのスペクトル観測 10 万個（現在約 6 千個）のカタログが作成される予定である．重力レンズも 200 個以上発見されるだろう（現在は，20 個に届かない）．まさに，21 世紀の天文観測を先導する宇宙地図となることだろう．

以上のような光学観測以外にも，さまざまな新しい観測計画が予定されている．人工衛星を利用するものとしては，X 線・ガンマ線望遠鏡，赤外線望遠鏡，電波干渉計，宇宙背景放射観測望遠鏡などが決定されている．また，地上では，大口径ガンマ線望遠鏡，ミリ波・サブミリ波アレイ，重力波検出用干渉計，ニュートリノ検出器など，新装置も準備されている．同一天体を

多波長で観測することにより，また電磁波以外での観測により，多様な宇宙像が描かれるに違いない．

6-5　今後の観測的宇宙論の展望

以上のように，大量の均質なデータが蓄積されることが期待できる観測的宇宙論は，今後いっそう発展すると思われる．逆にいえば，長期的な視点で研究目標を立てないと，他のグループの後追いの研究しかできず，溢れるデータに埋もれて具体的なイメージに欠ける研究しかできない恐れがある．そこで，最後に，どのような研究目標を設定すべきなのかを述べておきたい．

宇宙のパラメターを決定する課題については，①新しい決定法の提案，②異なった波長域での共同観測，が重要だろう．①に関しては，現在の観測精度レベルでは検出が困難な現象でも，技術の向上によって意外に短い時間で検出可能になるかもしれず，方法を思いつけば提案し，技術的な検討を加える習慣を身につける必要がある．たとえば，非常に屈折角の小さい重力レンズ効果の利用，X線領域での可視光と同じレベルでのスペクトル観測，電波での 10^{-6} 秒角の分解能などが考えられる．また，系統的で一様なサンプルが多数集積されることも念頭におく必要がある．統計的な精度が上がるだけでなく，確率の低い希少な事象のサンプルも増えるから，これまで観測頻度が小さすぎて議論できなかった現象や物理量も問題にすることができるからである．レフスダールが，まだ観測例がない間も重力レンズ効果を徹底して調べたことが，そのよい例だろう．②に関しては，SZ効果がよい例だが，同一天体の異なった波長域の観測を組み合わせることによって，新しい情報が得られたり，物理量やパラメターが厳密に決まることを強調したい．銀河団についてのX線観測と重力レンズ観測の組合せにより，ダークマターの分布や存在量の情報が得られるのもよい例だろう．このような視点で，大胆な観測計画を提案するような積極的な姿勢が望ましい．

宇宙構造の解析の課題については，データ量の飛躍的な増大にどう対応す

るかが鍵になるだろう．それには，常に現象論的なモデルを念頭においてデータに向かうことが重要である．問題とする対象について，その構造や進化の具体的なイメージ（あるいは，仮説）をもってデータを眺めるという意味である．そのために，簡単なモデルでシミュレーションを行ってどのような物理量が重要であるかを予測し，さまざまなアーカイブ・データを組み合わせて現象論的なモデルの肉づけを行う，というような方法が有効だと思われる．仮説をもちつつ現象を眺め，仮説を検証するための観測提案を行ったり，これまでのデータを解析し直すという，いわば実験室科学と似たフィードバックが可能になってきたと考えられるからである．また，全波長域のデータが揃うことを考え，多角的に対象をとらえる習慣を身につけておくべきだろう．たとえば，宇宙の大域構造を可視光で観測された銀河分布だけでなく，赤外線やX線や電波で観測された銀河分布やクェーサーの吸収線で得られた吸収体の分布と比較し，相互関係を明らかにするような研究が考えられる．それによって，通常の銀河と矮小銀河やスターバースト銀河との関係，銀河間雲と通常の銀河との関係，活動的銀河とクェーサーとの関係など，これまで別物として調べられてきた対象を，宇宙進化の中での一連の物理過程として関係づけることができるようになるだろう．

特異天体の探索については，$z=5\sim20$ の時期が宇宙論的な発見の最前線であり，理論的にも，この時期に何が起こったかが最重要問題になると予想される．この時期に，クェーサーや銀河の誕生，背景紫外線放射の生成，銀河間ガスの加熱・イオン化・重元素汚染，銀河間雲の形成など，一連の過程が進行して現在の宇宙の姿が準備されたと考えられるからである．観測的な研究では，観測装置をこの時期に最適化し，思い切って冒険的なプロジェクトを組むことが望まれる．日本は，「すばる」望遠鏡，X線望遠鏡（ASTRO-E），ミリ波サブミリ波アレイなど，世界一流の観測装置を持ちうる可能性があるのだから，観測的宇宙論の牽引となるような冒険的なプロジェクトを進行させる責任もある．理論的な研究でも，パラダイム・シフトを狙うような，従来の枠組にとらわれないアイディアを打ち出す好機である．いつの時

代でも，正統派理論がゆるぎないように見えつつ，思いがけない転換が起こってきたことを思い出す必要があるだろう．今後大きく展開しようしている観測的宇宙論は，そのような可能性を秘めていると考えている．

【付録】
アインシュタイン方程式

物質分布が一様で等方な3次元空間の線素を球座標 (r, θ, ϕ) で，

$$d\sigma^2 = f(r)^2 dr^2 + r^2 d\Omega^2 \tag{A-1}$$

と表したとき，スカラー曲率が場所によらず一定とすると

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{1-Kr^2}} \tag{A-2}$$

と一意的に決まる．ただし，

$$d\Omega^2 = (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \tag{A-3}$$

である．K と空間の性質の関係は以下のようになる．

$K=0$ のとき

この場合，通常のユークリッド空間となり「平坦な空間」である．

$K>0$ のとき

r の代りに，$\sin\chi = K^{1/2} r$ で定義した χ を用いると，

$$d\sigma^2 = K^{-1}(d\chi^2 + \sin^2\chi \, d\Omega^2) \tag{A-4}$$

と表される．この空間は，4次元のユークリッド空間における半径 $1/K^{1/2}$ の3次元球面を表しており，有限の体積をもつので「閉じた空間」である．

$K<0$ のとき

r の代りに，$\sinh\chi = |K|^{1/2} r$ で定義した χ を用いると，

$$d\sigma^2 = \frac{1}{|K|}(d\chi^2 + \sinh^2\chi \, d\Omega^2) \tag{A-5}$$

と表される．この空間は，4次元ユークリッド空間における3次元の双曲型曲面を表しており，無限の体積をもつので「開いた空間」である．

空間が膨張したり収縮する場合は，空間サイズの時間依存性を表すために宇宙のスケールファクター $a(t)$ を導入し，線素が時間変化をするとして

$$d\sigma^2 = a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\Omega^2\right) \tag{A-6}$$

と表す．この線素を用いて，4次元時空の計量を

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + d\sigma^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{A-7}$$

と書くことができる．これより，リッチ・テンソル $R_{\mu\nu}$ とリッチ・スカラー R を計算し，それより

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{Rg_{\mu\nu}}{2} + \Lambda g_{\mu\nu} \tag{A-8}$$

を計算する．

一方，時空構造に影響を与える物質のエネルギー・運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ は理想流体と同じで，４元速度ベクトル U_μ を用いて

$$T_{\mu\nu}=(\varepsilon+P)\,U_\mu U_\nu+Pg_{\mu\nu} \tag{A-9}$$

と表される．ε はエネルギー密度で P は圧力である．ただし，流体は空間に対しては静止しているので

$$(U_\mu)=(c,\ 0,\ 0,\ 0) \tag{A-10}$$

となる．

アインシュタイン方程式は

$$G_{\mu\nu}=\frac{(8\pi G)}{c^4}\,T_{\mu\nu} \tag{A-11}$$

であり，物質のエネルギー保存則は

$$\nabla_\nu T_\mu{}^\nu=0 \tag{A-12}$$

である．式 (A-11) で，式 (2-1) は $\mu=i$, $\nu=j$ 成分から，式 (2-2) は $\mu=\nu=0$ 成分から導かれる．また式 (2-7) は，式 (A-12) の $\mu=0$ 成分からも導くことができる．

空間の等方性から，観測者０に向かって進む光線は $d\theta=d\phi=0$ である．したがって，光線は $ds=0$ より

$$cdt=\frac{adr}{\sqrt{1-Kr^2}} \tag{A-13}$$

のように伝播する．r の代りに χ を

$$\chi=\int\frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \tag{A-14}$$

と定義すると

$$\chi=\int\frac{cdt}{a(t)}=\int\frac{da}{a^2H}=\int\frac{dz}{H(z)} \tag{A-15}$$

を満たす．ハッブル定数 $H(z)$ は式 (2-59) を代入し，式 (A-14) から得られた χ と r の間の関係 (3-47) を用いると，式 (3-46) のように r を z の関数として表すことができる．

参考文献

[一般相対性理論]

内山竜雄，1978：一般相対性理論〈物理学選書 15〉，裳華房．
佐々木節，1996：一般相理論〈物理学教科書シリーズ〉，産業図書．
佐藤勝彦，1996：相対性理論〈岩波基礎物理シリーズ 9〉，岩波書店．
ランダウ・リフシッツ，1970：場の古典論（広重　徹・恒藤敏彦訳），東京図書．

[宇宙論全般]

小玉英雄，1991：相対論的宇宙論〈パリティ物理学コース〉，丸善．
佐藤文隆，1981：相対論と宇宙論，サイエンス社．
成相秀一・冨田憲二，1988：一般相対論的宇宙論〈物理学選書 19〉，裳華房．
Peebles P.J.E. 1993：*Principles of Physical Cosmology,* Princeton University Press.
Weinberg S. 1972：*Gravitation and Cosmology,* John Wiley and Sons.

[宇宙物理学]

江里口良治，1994：宇宙の科学，東京大学出版会．
尾崎洋二，1996：宇宙科学入門，東京大学出版会．
佐藤文隆，1996：宇宙物理〈岩波講座現代の物理学〉，岩波書店．

なお，*Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics* の次のレビュー論文が役に立つ。

Bahcall, N.A., 1988：Large-Scale Structure in the Universe Indicated by Clusters of Galaxies, vol.26, p.631.
Blandford, R.D. and R. Narayan, 1992：Cosmological Application of Gravitational Lensing, vol.30, p.311.
Boesgaard, A.M. and S. Steigman, 1985：Big Bang Nucleosynthesis—Theories and Observations, vol.23, p.319.
Carr, B.J., 1994：Baryonic Dark Matter, vol.32, p.531.
Carroll, S.M., W.H. Press and E.L. Turner, 1992：The Cosmological Constant, vol.30, p.499.

Cowan, J.J., F-K.Thielemann and J.W.Truran, 1991：Radioactive Dating of the Elements, vol.29, p.447.

Faber, S.M. and J.S. Gallagher, 1979：Masses and Mass-to-Light Ratios of Galaxies, vol.17, p.135.

Gott, J.R., III, 1977：Recent Theory of Galaxy Formation, vol.15, p.235.

Hodge, P.W., 1981：The Extragalactic Distance Scale, vol.19, p.357.

Kormendy, J. and D. Richstone, 1989：Inward Bound—The Search for Supermassive Black Holes in Galactic Nudei, vol.27, p.581.

Oort, J.H., 1983：Superclusters, vol.21, p.373.

Ostriker, J.P., 1993：Astronomical Tests of the Cold Dark Matter Scenario, vol.31, p.689.

Rephaeli, Y., 1995：Comptonization of the Cosmic Microwave Background—The Sunyaev-Zeldovich Effect, vol.33, p.541.

Sandage, A., 1988：Observational Tests of World Models, vol.26, p.561.

Trimbre, V., 1987：Existence and Nature of Dark Matter in the Universe, vol.25, p.425.

Vanden Berg, D.A., P.B. Stetson, and M.Bolte, 1996：The Age of the Galactic Globular Cluster System, vol.34, p.461.

Weymann, R.J., R.Carswell and M.G.Smith, 1981：QSO Absorption Lines, vol.19, p.41.

White, M., D. Scott and J. Silk, 1994：Anisotropies in the Cosmic Microwave Background, vol.32, p.319.

索 引

［サ行］

［タ行］

著者略歴
1944年　兵庫県に生まれる.
1967年　京都大学理学部物理学科卒業.
1972年　京都大学大学院理学研究科博士課程修了.
現　在　名古屋大学教授, 理学博士.

主要著書
『宇宙進化の構図』(1989年, 大月書店)
『現代宇宙論を読む』(1992年, 北海道大学図書刊行会)
『宇宙と自然の成り立ちを探る』(1995年, サイエンス社)
『科学の考え方・学び方』(1996年, 岩波書店)
『転回の時代に』(1996年, 岩波書店)
『宇宙は卵から生まれた』(1997年, 大修館書店)

現住所
京都市西京区川島玉頭町5-11 (〒615)

観測的宇宙論

1997年12月15日　初　版

[検印廃止]

著　者　池内(いけうち)　了(さとる)

発行所　財団法人　東京大学出版会
代表者　西尾　勝
113 東京都文京区本郷 7-3-1 東大構内
電話 03-3811-8814・振替 00160-6-59964

印刷所　新日本印刷株式会社
製本所　誠製本株式会社

ISBN 4-13-060718-9　Printed in Japan